HISTOIRE

DES

SCIENCES MATHÉMATIQUES

ET PHYSIQUES.

HISTOIRE

DES

SCIENCES

MATHÉMATIQUES

ET PHYSIQUES,

PAR

M. MAXIMILIEN MARIE,

RÉPÉTITEUR DE MÉCANIQUE
ET EXAMINATEUR D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

TOME V.

DE HUYGHENS A NEWTON.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE,
QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

1884

TABLE DES MATIÈRES.

DIXIÈME PÉRIODE.

De HUYGHENS, né en 1629,
à NEWTON, né en 1642.

Noms des savants de cette Période.

	Né en	Mort
HUYGHENS	1629	169
BARROW	1630	167
AUZOUT	1630	169
RICHER	1630	169
DARANDELI (Mahomet)	1630	
RUDBECK	1630	170
KINCKHUYSEN	1630	
STENON	1631	168
WREN	1632	172
LEUWENHOECK	1632	172
MONTANARI	1633	168
HUDDE	1633	170
BECHER	1635	168
HOOKE	1635	172
NEIL	1637	167
SWAMMERDAM	1637	168
MAGALOTTI	1637	171
GREGORY (James)	1638	167
KUNCKEL	1638	170
EIMMART	1638	170
MALEBRANCHE	1638	171
RUICH	1638	173
KIRCH	1639	171
CASSIUS	1640	167
OZANAM	1640	171
DE LAHIRE	1640	171
FERGUSON	1640	
VON GRAAF	1641	167
DALENCÉ		
CASSEGRAIN		

DIXIÈME PÉRIODE.

Cette Période est illustrée par les travaux d'Huyghens et de Barrow, d'Auzout et de James Grégory.

Huyghens ne s'est pas, à proprement parler, occupé du perfectionnement des méthodes, estimant peut-être que le génie s'en passe très bien, ou supplée à leur défaut. Il a dédaigné même de se mettre au courant de la méthode infinitésimale, parce, sans doute, qu'Archimède, dont il se rapproche à tant d'égards, n'en avait pas eu besoin pour atteindre à ses sublimes découvertes. Il n'a voulu la connaître qu'à la fin de sa vie, pour savoir comment avaient bien pu s'y prendre tous ses jeunes rivaux pour le devancer quelquefois.

Son abstention à cet égard a beaucoup nui à sa réputation parce que, non sans raison, ses contemporains ont placé les perfectionnements des méthodes d'invention au-dessus des inventions elles-mêmes. Huyghens n'en reste pas moins l'un des plus puissants génies qui aient existé, l'un des plus féconds et des plus universels.

Nous n'avons à nous occuper ici, relativement à ses deux

grandes créations, la Dynamique et l'Optique, que des princi
qu'il a introduits dans ces deux Sciences. Peu de mots nous s
firont pour cela :

Nous avons vu que Galilée, dans ses *Discorsi intorno a c nuove scienze*, s'était forcément borné à l'étude, au point de v de la Cinématique, du mouvement uniformément accéléré, pa que la notion de la force ne s'étant pas encore nettement dégag il n'apercevait pas, dans le poids de chaque corps, la fo constante en grandeur et en direction qui le sollicite constamme aussi bien à l'état de repos qu'à l'état de mouvement.

Huyghens commença par combler cette lacune, et par démo trer, exactement comme nous le faisons aujourd'hui, au moy du principe de l'indépendance des effets, dont il est le vérital inventeur, qu'une force constante en grandeur et en directi imprime à un mobile, supposé d'abord en repos, un mouveme rectiligne uniformément accéléré.

Aussitôt en possession de ce principe de la Dynamique, aurait dû se préoccuper de fonder la théorie du mouvement d'i point matériel assujetti à parcourir une courbe donnée, da l'hypothèse où ce point serait soumis à l'action d'une fo constante de grandeur et de direction. Il pouvait y réussir en servant, sur des exemples, de la méthode des indivisibles, po apprécier les effets successifs de la composante tangentielle de force, car il a laissé la preuve qu'il s'était élevé à une noti claire du théorème de Stevin, quoiqu'il n'y recoure jamais. No regrettons qu'il ne l'ait pas tenté, mais il faut admirer le t avec lequel il a su reconnaître que l'hypothèse de Galilée, pré lablement mise hors de doute, que la vitesse d'un mobile soun à l'action d'une force constante ne dépend que de la projecti

sur la direction de la force du chemin déjà parcouru par ce point, peut suffire à résoudre toutes les questions qui dépendent de cette théorie.

C'est en effet à l'aide seulement de ce principe qu'il résout complètement la question du mouvement d'un point matériel pesant assujetti à décrire une cycloïde verticale, et parvient à démontrer l'isochronisme des oscillations du pendule cycloïdal, quelles qu'en soient les amplitudes.

La notion de la masse était, jusqu'à Huyghens, restée aussi confuse que celle de la force; ou plutôt il n'y avait pas eu lieu, jusqu'à lui, de s'en préoccuper, les mobiles considérés étant toujours réduits à des points sans dimension : il précisa cette notion en quelques mots, en ramenant la comparaison des masses à celle des nombres de parties égales des différents corps, s'ils étaient homogènes, et, dans le cas contraire, en imaginant ces corps pénétrés, en quelques endroits, par des parties égales, accumulées en nombre convenable, de même que, pour doubler la densité d'un gaz, on comprimerait dans son volume un autre volume égal de ce même gaz.

Mais la manière dont Huyghens aborde le problème de ramener à la question, non encore traitée, du mouvement du pendule simple celle du mouvement du pendule composé, me paraît devoir être au moins mise au rang des plus beaux procédés d'Archimède.

Huyghens passa trente ans, employés il est vrai à beaucoup d'autres travaux, à réfléchir au moyen d'aborder ce grand problème; il découvrit enfin le principe qui pouvait y servir. Voici en quoi consiste ce principe :

Un système matériel quelconque étant soumis à l'action de

la pesanteur, à partir du repos, si, à un instant quelconque son mouvement, on le suppose désagrégé, de façon que toutes particules deviennent indépendantes les unes des autres, si l prolonge les trajectoires de ces particules par des courbes qu conques, sur lesquelles elles doivent remonter, et que l'on c çoive toutes ces particules arrivées et fixées aux points les p élevés où elles pourront séparément parvenir, leur centre gravité sera alors à la hauteur où se trouvait d'abord le centre gravité du système au repos.

Huyghens ne donne aucune démonstration de ce principe, q est, chez lui, entièrement intuitif, ce pourquoi nous lui att buons la valeur d'une découverte de premier ordre.

Ce principe composé a naturellement disparu de la Science, il est remplacé par d'autres principes simples : c'est une con quence toute naturelle du théorème des forces vives, dans l'hy thèse où aucun choc ne se produit entre les parties du systèm où, les distances mutuelles de ces parties restant invariables, travaux des forces intérieures se détruisent deux à deux ; hy thèse qui est évidemment celle de Huyghens, puisqu'il se prop d'appliquer son principe à un corps solide invariable de figure

Soient z_0 la distance du centre de gravité du corps à un p horizontal déterminé, au moment où ce corps part du repos ; z distance de ce centre de gravité au même plan, à l'instant où corps se sépare en particules ; m la masse d'un élément du cor v la vitesse de cet élément au moment où a lieu la désagrégati h la hauteur verticale à laquelle l'élément pourra remonter : aura d'abord

$$\frac{1}{2}\Sigma mv^2 = (z_0 - z_1) Mg,$$

M désignant la masse totale du corps et g l'intensité de la pesanteur ; d'un autre côté, on aura aussi

$$\frac{1}{2}v^2 = gh,$$

mais cette dernière formule donne successivement

$$\frac{1}{2}mv^2 = gmh,$$

$$\frac{1}{2}\Sigma mv^2 = g\Sigma mh,$$

et il en résulte

$$g\Sigma mh = (z_0 - z_1)Mg$$

d'où

$$\Sigma mh = M(z_0 - z_1),$$

mais Σmh est précisément le produit de la masse M par la hauteur à laquelle remontera le centre de gravité du système, depuis l'instant de la dislocation jusqu'à celui où toutes les particules seront venues successivement se fixer aux points où elles auront pu séparément remonter ; en appelant donc H cette hauteur, on aura

$$MH = M(z_0 - z_1)$$

ou

$$H = z_0 - z_1.$$

Il est extrêmement curieux de remarquer la génération spontanée dans l'entendement humain du principe des forces vives ou du travail, longtemps avant qu'il en puisse être établi des démonstrations quelconques. Nous avions déjà rencontré des énoncés rudimentaires de ce principe dans les œuvres de Galilée, de Descartes et de Torricelli ; celui de Huyghens a une bien plus grande importance : il ne se réduit plus à une simple remarque

susceptible de vérification d'après des résultats déjà acquis, constitue un véritable principe, sur lequel la théorie pourra ê édifiée, provisoirement.

Mais, rudimentaires ou non, les éclosions naturelles des id de ce genre caractérisent les esprits que hante le génie, et distinguent de ceux que le labeur élève seulement au-dessus de moyenne.

Quoi qu'il en soit, c'est uniquement à l'aide du principe c nous venons d'énoncer qu'Huyghens fonda la théorie du pend composé, et la prolongea jusqu'à démontrer la réciprocité deux axes de suspension et d'oscillation.

Le pendule cycloïdal n'a pas pu être réalisé pratiquement pa que, pour obéir à la théorie, il faudrait que le corps suspen se réduisît rigoureusement à un point matériel; mais on conç que la grandeur et la beauté du problème de la courbe isochro aient séduit Huyghens et il ne faut pas le regretter, puisque c' par là qu'il fut amené à constituer la théorie des développées.

Nous nous bornons ici à cet aperçu général des découver d'Huyghens en Mécanique, nous réservant de donner plus lo une analyse exacte de ses travaux à cet égard.

Ses découvertes en Optique présentent peut-être un caract encore plus marqué de grandeur, à cause d'abord de la nouveau du principe des ondulations, sur lequel elles sont appuyées, m surtout du degré de certitude dont Huyghens revêt toutes spéculations relatives à cette Science, jusqu'alors vouée a hypothèses.

Disons tout d'abord que c'est à Huyghens qu'est due découverte des lois de la double réfraction, observée par Éras Bartholin dans le spath d'Islande.

Ce beau titre de gloire de Huyghens s'était perdu parce que, ce grand homme ayant embrassé le parti de Descartes avec trop de chaleur et partagé quelques-unes de ses erreurs, ses contemporains ne prirent pas même connaissance de ses travaux sur l'Optique, qu'ils crurent ne contenir que des applications de la doctrine des tourbillons. Les idées de Newton s'étaient d'ailleurs imposées à tous les esprits avec une force qui ne permettait plus l'examen.

Ce fut Wollaston qui restitua, en 1808, à Huyghens la belle découverte dont nous parlons, après l'avoir soumise à une vérification expérimentale rigoureuse. Malus, peu après, la consacra de nouveau en en refaisant la théorie dans le système de l'émission, auquel, comme on le sait, il resta toujours attaché.

Le *Traité de la lumière* d'Huyghens est fondé sur la théorie des ondes, qu'il a créée sous la forme que lui a conservée Fresnel, et qu'il avait sans doute puisée dans l'observation des mouvements qui se manifestent à la surface de l'eau lorsqu'on la dérange de son équilibre [1].

[1] M. Charles Henry a trouvé dernièrement dans une lettre adressée en 1641 au P. Mersenne par un géomètre lyonnais nommé Pujos, mais qui n'est connu que pour une mauvaise *Quadrature du cercle* publiée en 1641 à Paris et réfutée par Hardy, une mention d'un traité inconnu de Fermat *Sur les cercles qui se décrivent dans l'eau.*

Mais nous nous sommes fait une règle de n'attribuer la découverte des principes qu'aux savants qui ont su en tirer parti. L'hypothèse vague de la propagation de la lumière par ondes se trouve dans les œuvres de Grimaldi, de Hooke, du père Pardies; on en trouverait peut-être quelques vestiges chez Aristote, chez Pythagore et Thalès, chez les Hindous, les Égyptiens, les Assyriens, les Chaldéens, mais nous avons cru devoir nous abstenir toujours de reproduire les renseignements de cette nature.

L'énonciation prématurée, sans aucune preuve à l'appui, d'une idée, d'ailleurs mal conçue, ne constitue pas un bienfait : c'est l'effet d'une démangeaison, d'un prurit maladif.

Huyghens y pose ce principe, qui est resté dans la Scienc
qui porte son nom, que le mouvement vibratoire transmis de
les points d'une onde, considérés comme centres d'ébranlem
secondaires, ne se fait sentir qu'aux points de contact des o
secondaires qui en naissent, avec leur enveloppe, qui n'est a
que la nouvelle position de l'onde primaire. Il considère en
séquence le rayon lumineux comme le lieu des points de con
avec l'onde primaire, dans toutes ses positions successives, d
série d'ondes secondaires excitées en tous ces points de cont
chacun d'eux déterminant le suivant.

Les ondes lumineuses doivent être sphériques dans les mili
homogènes, ou planes si le centre du premier ébranlement e
l'infini. Il conclut de ces principes la loi de la réflexion, com
on le fait encore aujourd'hui. Pour rendre compte de la réf
tion ordinaire, il établit ce théorème : quand des rayons incide
parallèles entre eux, tombent sur une surface plane, si l'on c
çoit un plan perpendiculaire à la direction des rayons parallè
et que de chaque point de la surface dirimante, comme cen
on décrive une sphère d'un rayon en rapport convenable ave
distance de ce point au plan de l'onde incidente, toutes ces n
velles sphères auront pour enveloppe la surface de l'onde réfrac
et les rayons réfractés lui seront normaux. C'est ce même th
rème qui constitue encore aujourd'hui la théorie de la réfract
simple.

Enfin, pour rendre compte de la double réfraction, Huygh
observe que la résistance élastique du milieu ne doit pas être c
stante dans toutes les directions, puisque ce milieu n'est
homogène; il en conclut d'abord que l'onde excitée par un m
ébranlement ne sera plus sphérique, et qu'en conséquence le ray

lumineux ne sera plus normal à cette onde; d'un autre côté, la résistance doit être la même dans toutes les directions également inclinées sur l'axe optique du cristal, maximum ou minimum dans la direction de l'axe, minimum ou maximum dans une direction perpendiculaire. Cette analyse aussi profonde qu'ingénieuse conduit Huyghens à ce beau théorème, que, dans le spath d'Islande, l'onde correspondante au rayon réfracté extraordinairement a pour surface un ellipsoïde de révolution. La construction propre à fournir la direction du rayon réfracté résulte de ce théorème.

C'est encore à Huyghens qu'on doit l'observation des premiers phénomènes de polarisation. Il avait remarqué que le faisceau de lumière naturelle qui tombe sur le spath d'Islande se divise toujours en deux faisceaux exactement de même intensité, mais que la loi change si le faisceau incident a déjà traversé un premier cristal d'Islande. Dans le cas où les deux cristaux avaient leurs faces homologues parallèles, le rayon ordinaire n'éprouvait que la réfraction ordinaire, et le rayon extraordinaire restait extraordinaire; si ensuite on faisait faire au second cristal un quart de révolution autour de l'axe commun des deux faces d'incidence parallèles, le rayon ordinaire devenait extraordinaire et le rayon extraordinaire n'éprouvait plus que la réfraction ordinaire. Dans les positions intermédiaires du second cristal, les rayons ordinaire ou extraordinaire, provenant du premier, se partageaient en deux; mais les intensités des deux parties ne restaient pas égales, comme cela avait lieu lorsque la lumière incidente était naturelle. Ces belles expériences de Huyghens restèrent, comme nous l'avons déjà dit, stériles et presque ignorées jusqu'au commencement de ce siècle.

Nous rendrons compte plus loin des belles théories optiques de Huyghens.

Progrès de l'Algèbre.

Hudde met la dernière main à la théorie des racines égales, ébauchée par Descartes. Huyghens donne, sous la forme moderne, la règle pour trouver les maximums ou minimums d'une fonction entière et du quotient de deux polynomes. James Gregory obtient les développements en séries des principales fonctions circulaires, directes et inverses.

Progrès de la Géométrie.

Barrow donne une nouvelle méthode pour les tangentes. Huyghens constitue la théorie des développées et donne, sinon l'expression du rayon de courbure d'une courbe en un de ses points, du moins la marche à suivre pour le calculer.

Cette théorie des développées et la méthode de Barrow pour les tangentes mènent pour ainsi dire tout droit à l'invention du calcul infinitésimal.

Progrès de l'Astronomie.

Huyghens reconnaît la forme véritable de l'appendice qu'on a, depuis lui, appelé l'anneau de Saturne et découvre l'un des satellites de cette planète; il propose l'emploi des montres, aux-

quelles il venait d'adapter le ressort spiral, pour en régulariser le mouvement, à la détermination des longitudes et fournit enfin aux astronomes un appareil sûr pour la division et la mesure du temps; il imagine, en même temps qu'Auzout, le micromètre des lunettes astronomiques.

Richer constate la diminution de la longueur du pendule à secondes à mesure qu'on s'éloigne des pôles et Huyghens conclut du fait l'aplatissement de la Terre.

Progrès de la Mécanique.

Huyghens démontre que le mouvement d'un point matériel soumis, à partir du repos, à l'action d'une force constante de grandeur et de direction est rectiligne et uniformément accéléré; il établit l'isochronisme des oscillations du pendule cycloïdal et fonde la théorie mathématique du pendule composé. Il détermine la force centrifuge dans le mouvement circulaire.

Lahire détermine géométriquement les profils des dents des engrenages cylindriques et la théorie des épicycloïdes prend naissance. (Les recherches de Desargues sur ce sujet paraissent lui avoir été inconnues.)

Progrès de la Physique.

Huyghens établit les lois de la double réfraction dans les cristaux à un axe et constate le phénomène de la polarisation de la lumière. Il donne une explication des halos.

James Grégory invente le télescope à réflexion.

Progrès de la Chimie.

Kunckel découvre le phosphore.

Progrès de la Physiologie.

Sténon et Graaf découvrent les ovules chez les femelles des mammifères.

BIOGRAPHIE

DES

SAVANTS DE LA DIXIÈME PÉRIODE

ET

ANALYSE DE LEURS TRAVAUX.

HUYGHENS VAN ZUYLICHEM (CHRISTIAN).

(Né à la Haye en 1629, mort dans la même ville en 1695.) (¹)

Il se fit remarquer dès l'âge de dix-sept ans par Descartes, qui dit de lui dans une de ses lettres : « Il y a quelque temps que le professeur Schooten (sous lequel Huyghens étudiait à l'Université de Bréda) m'envoya un écrit du second fils de M. de Zuylichem, touchant une invention de Mathématiques qu'il avait cherchée, et, encore qu'il n'y eût pas trouvé tout à fait son compte, il s'y était pris de tel biais que cela m'assure qu'il deviendra excellent dans cette Science. » (²)

(¹) Nous écrivons Huyghens suivant la vieille orthographe française, qui, sans doute, reproduisait la prononciation. Les allemands préfèrent Huygens, mais sans doute ils prononcent Huygens comme nous prononçons Huyghens. La variante a d'autant moins d'importance que la véritable orthographe serait Hugens, car c'est ainsi que l'illustre géomètre-physicien signe toutes les lettres qu'on a de lui. Au reste, Poggendorff, qui fait autorité en Allemagne, écrit Huyghens.

(²) M. Charles Henry a retrouvé cet écrit de jeunesse de Huyghens et l'a

Son père, Constantin Huyghens, seigneur de Zuylichem, conseiller secrétaire des princes d'Orange, était un littérateur distingué, et n'était pas étranger aux Sciences.

Huyghens débuta en 1651 par un *Traité sur la quadrature de l'hyperbole, de l'ellipse et du cercle*, où il relevait les erreurs commises par Grégoire de Saint-Vincent et ajoutait aux découvertes de ce géomètre, touchant les rapprochements à faire entre les deux genres de coniques. Il revint trois ans après sur le même sujet dans un opuscule intitulé : *De circuli magnitudine inventa nova* (Nouvelles recherches sur la grandeur du Cercle).

C'est vers la même année 1654 qu'il imagina sa théorie des développées; la méthode pour ramener le problème de la rectification d'une courbe à celui de la quadrature d'une autre courbe; la méthode générale des tangentes aux courbes algébriques; enfin les premiers principes de sa *Dioptrique*. Mais ces découvertes ne furent publiées que plus tard.

Il découvrit en 1655 le premier satellite de Saturne, à l'aide d'une lunette de dix pieds qu'il avait construite lui-même; il se réserva sa découverte par la publication d'une anagramme de la phrase suivante : *Saturno luna sua circumducitur diebus sexdecim, horis quatuor*. C'est-à-dire : la lune de Saturne tourne autour de lui en seize jours et quatre heures. Ce satellite est celui qu'on nomme aujourd'hui le sixième. Les autres ne furent découverts que postérieurement. Huyghens corrigea quelques années après la durée de la révolution de ce satellite et la fixa à $15^j\,22^h\,39^m$.

publié dans son travail intitulé : *Huygens et Roberval* (Leyde, 1879). Il s'agissait de la loi suivant laquelle l'espace parcouru par un corps tombant sous l'influence de la pesanteur varie avec le temps.

Il reconnut vers la même année 1655 la vraie figure du corps que nous nommons l'anneau de Saturne et qui avait fait le désespoir de Galilée à cause de la variabilité de sa forme apparente. Il prit également date de cette découverte, en 1656, par la publication d'une anagramme de la phrase : *Saturnus cingitur annulo tenui, plano, nusquam coherente, et ad eclipticam inclinato*. C'est-à-dire : Saturne est entouré d'un anneau mince, plan, n'adhérant par aucun point et incliné sur l'écliptique.

Il composa en 1656, sous le titre *De ratiociniis in ludo aleæ*, le premier traité régulier que l'on ait sur les probabilités. Cet opuscule parut dans les *Exercitationes mathematicæ* de Schooten.

Il commença vers la même époque ses recherches mécaniques sur l'application, comme régulateur, du pendule aux horloges (¹). Sa *Description de l'horloge à pendule*, dédiée aux États de Hollande, est de 1657. On s'était, depuis Galilée, servi du pendule pour diviser le temps en parties égales, mais il fallait, pour cela, compter les oscillations une à une. D'un autre côté, les horloges à roues et à poids étaient en usage depuis longtemps, mais la régularité de leur marche n'était assurée par rien. Huyghens résolut entièrement le problème de la mesure du temps en appliquant le pendule aux horloges, pour régulariser le mouvement des roues, mises en mouvement par le poids moteur, et en restituant à chaque instant à ce pendule sa force vive, au moyen de la pression exercée sur lui par les dents de la roue d'échappement, de façon à entretenir le mouvement oscillatoire aussi

(¹) Une lettre de lui, que M. Charles Henry a publiée pour la première fois dans son travail intitulé : *Huygens et Roberval*, montre que c'est en décembre 1656 qu'il réalisa le premier modèle de ses horloges.

longtemps que le poids moteur pourrait descendre. Le livre dont nous parlons n'est qu'un traité particulier de Mécanique pratique; il fut bientôt suivi d'une *Brevis institutio de usu horologium ad inveniendas longitudines*, c'est-à-dire : courte instruction sur l'usage des horloges pour la détermination des longitudes problème dont s'était auparavant préoccupé Galilée et dont la solution était vivement désirée par toutes les nations maritimes.

Il résulte de deux lettres que M. Charles Henry a publiées dans son travail *Huygens et Roberval,* pages 27 et 29, que dès le commencement de 1660, Huyghens était parvenu à assurer l'isochronisme des oscillations du pendule, en l'obligeant à décrire une cycloïde, et s'était préoccupé de corriger les erreurs diurnes de l'horloge.

Il publia en 1659 son *Système de Saturne*, qui contient la première description exacte de l'anneau de cette planète. Il s'était servi pour ses observations d'une lunette de vingt-quatre pieds grossissant cent fois. Il constata le premier que l'anneau entoure Saturne de toutes parts, sans aucune adhérence, détermina l'inclinaison de son plan sur celui de l'orbite de la planète, expliqua les différentes phases qu'il nous présente et en assigna la période. Il est encore revenu plus tard sur ces recherches dans différents mémoires.

Huyghens visita la France et l'Angleterre en 1660. Il fut nommé membre de la Société Royale de Londres en 1663. De retour en Hollande, il s'occupa de résoudre la question du choc des corps, que venait de proposer la Société Royale de Londres (1668), et envoya peu après un mémoire à ce sujet. Ce mémoire ne parvint à la Société Royale que postérieurement à ceux

Wallis et de Wren; mais tous trois furent également approuvés et tous trois en effet méritaient de l'être.

Le cas que Huyghens avait considéré était celui de corps parfaitement élastiques. Il envoya peu après un nouveau Mémoire sur le même sujet, dans lequel il établit que la somme des forces vives des deux corps reste la même avant et après le choc. Il est revenu plus tard sur la même question dans un Mémoire intitulé: *De motu corporum ex percussione,* qui parut en 1703 dans ses œuvres posthumes.

Colbert l'appela en France en 1665, lui fit donner un emploi et un logement à la Bibliothèque du Louvre et le comprit l'année suivante dans la première liste des membres de l'*Académie des Sciences.* C'est pendant son séjour en France que Huyghens publia son principal ouvrage, l'*Horologium oscillatorium, sive de motu pendulorum ad horologia aptato,* dédié à Louis XIV, à la date du 25 mars 1673.

Un recueil intitulé *Machinæ quædam et varia circa Mechanicam* est de la même époque. Huyghens y décrit son ressort spiral pour remplacer le pendule dans les montres, un niveau à lunette, un nouveau baromètre, etc.

La première montre à spiral fut construite à Paris, sur ses indications, par un horloger du nom de Thuret, en 1674.

Huyghens quitta la France en 1681, au moment où commencèrent les persécutions contre les protestants. La révocation de l'Édit de Nantes, en 1685, acheva de rompre toutes ses relations avec notre patrie. Il fut tellement outré de cette odieuse mesure qu'il cessa même toutes relations avec ses anciens confrères de l'Académie des Sciences, pour ne plus correspondre qu'avec la Société Royale de Londres, à laquelle il fit plus tard présent de

ses deux grandes lunettes, construites de ses mains mêmes. I n'envoya même pas à Paris les *Mémoires* qu'il fit insérer dan les *Transactions philosophiques*.

Il donna en 1682 la description de son *Planétaire*, pour l construction duquel il se servait de la propriété fondament des fractions continues, dans le but de réduire à des nombr simples les rapports compliqués de vitesses à établir entre de roues qui devaient engrener.

Il s'occupa beaucoup, avec son frère, de 1681 à 1687, de l fabrication des verres de télescopes et la perfectionna considéra blement. Leurs objectifs dépassèrent en grandeur et en perfectio tout ce qui s'était fait jusque-là et ils construisirent des télé scopes de plus de deux cents pieds, que les télescopes à réflexio firent, il est vrai, oublier peu de temps après.

Il visita de nouveau l'Angleterre en 1689 pour y voir Newto dont les *Principes de la philosophie naturelle* venaient d paraître.

Il publia à son retour le *Traité sur la lumière*, où est expliqu la double réfraction du spath d'Islande, et le *Discours sur cause de la pesanteur*, qui a trait à l'aplatissement de Terre.

Il fut frappé en 1695 d'une attaque d'apoplexie, dont il mo rut peu de temps après, sans avoir recouvré ses facultés. Il lai sait deux ouvrages importants, son *Cosmotheôros* ou *Spectate du Monde* et sa *Dioptrique*, qui parurent après sa mort.

Le *Cosmotheôros*, dont Huyghens avait expressément recom mandé la publication à son frère, n'est cependant qu'une rêver sur les habitants de la Lune et des différentes planètes, rêver qui a peut-être inspiré à Fontenelle son *Discours sur la plur*

nité des Mondes. Huyghens y rejette l'attraction réciproque de Newton comme une qualité occulte et préfère l'hypothèse des tourbillons de Descartes, commentée par lui. Mais comme le fait judicieusement observer Delambre, « ses découvertes l'ont placé au premier rang parmi les Astronomes et les Géomètres, et c'est par ce qu'il a trouvé et non par ce qui a pu échapper à son génie et à sa sagacité qu'il convient de le juger. »

Il donne dans sa *Dioptrique* des procédés pour la détermination des coefficients de réfraction et traite de la construction des lunettes, de la manière d'observer les éclipses de Soleil, etc.

On a encore d'Huyghens différents opuscules sur l'art de tailler et de polir les verres, sur la théorie des halos, dont il donna le premier une explication, du reste imparfaite, sur une manière nouvelle de calculer le tempérament, pour la transposition des morceaux de musique, etc.

Il ne contribua pas au progrès des Sciences seulement par la publication des ouvrages que nous venons de mentionner; il prenait part à presque tous les défis que se portaient les uns aux autres les géomètres de son temps et réussissait généralement à résoudre toutes les questions posées. C'est ainsi qu'il résolut, encore très jeune, presque toutes les questions proposées par Pascal sur la cycloïde et, plus tard, un grand nombre des problèmes proposés par Leibniz et les Bernouilli, notamment ceux de la chaînette et de la courbe aux approches égales, bien qu'il eût tous les désavantages, relativement à ces derniers, n'ayant pas été initié à la méthode infinitésimale. Il suivit en effet toujours de préférence les méthodes des anciens; aussi Newton, qui partageait son admiration pour l'antiquité, ne l'appelait-il que *Summus Hugenius;* « il le tenait pour l'écrivain le plus éloquent qu'il

y eût parmi les mathématiciens modernes et pour le plus excel-
lent imitateur des Grecs. »

Ses œuvres ont été réunies et publiées après sa mort par S'Gravesande, professeur de Physique et de Mathématiques à Leyde, sous le titre *Christiani Hugenii Zulchemii, dum viveret Zeleni torparchæ, Opera varia* (Leyde, 1724). Cette édition a été complétée par divers écrits réunis sous le titre *Opera reliqua* (Amsterdam, 1728).

Nous allons rendre compte de ses principaux ouvrages, en commençant par les moindres.

Le *Discours sur la nature de la gravité*, quoiqu'on y retrouve les idées cartésiennes des tourbillons, offre des points intéressants. On avait déjà remarqué qu'à l'équateur le pendule battait plus lentement; Huyghens expliqua le fait par la force centrifuge qui naît du mouvement de la Terre. Il calcula même que si ce mouvement était dix-sept fois plus rapide, la force centrifuge ferait équilibre à la pesanteur. Allant encore plus avant, il arriva à penser que la verticale n'est pas dirigée vers le centre de notre globe. « Je vais, dit-il, en donner une raison qui paraîtra paradoxale. La Terre n'est pas sphérique, ses méridiens ont la figure d'une ellipse aplatie aux pôles. La surface des mers forme une figure sphéroïdique. Il est à croire qu'elle a pris cette figure lorsque ses parties ont été réunies par la force de la gravité; car elle avait dès lors son mouvement circulaire en vingt-quatre heures. »

Il trouvait par le calcul, pour le rapport du rayon équatorial au rayon polaire, $\frac{578}{577}$.

Quoique élevé dans les idées cartésiennes et un peu dominé par elles dans toutes ses visées cosmiques, Huyghens ne lais-

pas de rendre pleine justice à Newton, dès qu'il put apprécier ses ouvrages. Mais il était alors trop avancé en âge et trop fatigué par le travail pour se retourner brusquement. « L'importance, dit Delambre, des concessions qu'il fait à Newton prouve que son âme était au-dessus des petitesses de la jalousie, et, malgré les subtilités qu'il lui oppose, son commentaire sur une philosophie si nouvelle est un des hommages les plus glorieux qu'ait reçus le géomètre anglais. »

Ce discours a été inséré en 1693 dans le premier volume qu'ait publié l'Académie des Sciences. Ce volume est un recueil de mémoires de Roberval, d'Huyghens, de Picard, d'Auzout, de Frenicle, de Mariotte et de Rœmer.

Demonstratio regulæ de maximis et minimis et *Regula ad inveniendas tangentes linearum curvarum*. Ces deux mémoires font partie du même recueil.

« Fermat, dit Huyghens, a le premier que je sache, donné une règle certaine pour trouver les maximums et minimums géométriques : comme j'en obtenais de lui l'explication qu'il n'avait pas publiée, je trouvai en même temps qu'elle pouvait être réduite à une admirable brièveté. Voici comment j'ai arrangé cette règle de Fermat :

« Chaque fois que l'on propose de trouver sur une ligne un point qui satisfasse à une condition de minimum ou de maximum, il est certain que, de part et d'autre de ce point, il s'en trouve, par couples, d'autres relativement auxquels la chose considérée a des valeurs égales, plus grandes ou plus petites que le minimum ou que le maximum ; je prends donc un des deux points à volonté, en me donnant un élément x propre à en déterminer la position ; l'autre est déterminé par $x + e$, j'exprime la chose, pour chacun

des deux points, j'égale les deux valeurs, j'enlève les parties communes, qui sont celles qui ne contiennent pas e, je divise tous les termes restants par e et je fais e nul (*infinite parvam*) : l'équation qui reste donne la valeur de x qui correspond au point pour lequel il y a maximum ou minimum. »

Jusqu'ici la méthode est celle même de Fermat, mais Huyghens remarque que si l'expression qu'il faut rendre maximum ou minimum est entière, tout se réduit à multiplier chaque terme par l'exposant de x dans ce terme, à diminuer l'exposant d'une unité et à annuler l'ensemble des termes obtenus; il étend ensuite la règle au cas où l'expression considérée est fractionnaire, ce qui constitue un progrès important : soit

$$\frac{P}{Q}$$

la fraction proposée; si x augmente de e, cette fraction devient

$$\frac{P + pe}{Q + qe},$$

il faut donc poser

$$\frac{P}{Q} = \frac{P + pe}{Q + qe},$$

d'où

$$Pq = Qp;$$

il ne reste qu'à réduire p et q aux termes qui ne contiennent plus e, ce qui se fera, conformément à la règle précédente, en opérant sur P pour avoir le résidu de p et sur Q pour avoir le résidu de q.

Voici maintenant la règle pour trouver les tangentes aux

lignes courbes. Huyghens les détermine par les sous-tangentes et voici textuellement ce qu'il dit :

« Tous les termes de l'équation donnée étant transportés dans un même membre, que ceux où se trouve y soient multipliés respectivement par leurs degrés en y; ensuite que, semblablement, tous les termes qui contiennent x soient respectivement multipliés par leurs degrés en x et que le facteur x en soit enlevé; si l'on divise le premier résultat par le second, on aura la sous-tangente. Si le dividende et le diviseur sont de même signe, la longueur trouvée devra être portée à gauche du pied de l'appliquée, dans le cas contraire elle devra être portée à droite. »

Au reste, il vaut mieux rapporter le texte lui-même dont certaines expressions caractéristiques sont très intéressantes à connaître, au point de vue historique.

« *Translatis terminis omnibus æquationis datæ ad unam æquationis partem, qui proinde æquales fiunt nihilo, multiplicentur primò termini singuli, in quibus reperitur y, per numerum dimensionum quas in ipsis habet y, atque ea erit quantitas dividenda. Deinde similiter termini singuli in quibus x, multiplicentur per numerum dimensiomum quas in ipsis habet x, et e singulis unum x tollatur; atque hæc quantitas pro divisore erit subscribenda quantitati dividendæ jam inventæ. Quo facto habebitur quantitas æqualis r sive* F E (c'est la sous-tangente) *signa autem + et — eadem ubique retinenda sunt; atque etiam si forte quantitas divisoris, vel dividenda, vel utraque minor nihilo sive negata sit, tamen tanquam adfirmatæ sunt considerandæ : hoc tantum observando, ut cum altera adfirmata est, altera negata, tunc* FE *sumatur versus punctum* A (il est à

gauche du pied de l'ordonnée), *cum vero utraque vel affirma[ta] est vel negata, ut tunc sumatur* FE *in partem contrariam.* »

On voit que cette règle, traduite en langage moderne, donn[e] pour la valeur de la sous-tangente, comptée du côté des x nég[a]tifs, à partir du pied de l'ordonnée, la valeur

$$y\frac{f'_y}{f'_x},$$

$f(x,y) = 0$ représentant l'équation de la courbe, suppos[ée] entière.

Aux points où l'ordonnée est maximum ou minimum la sou[s-]tangente est infinie, ces points sont donc déterminés par la con[-]dition

$$f'_x = 0.$$

Hudde était arrivé auparavant à quelque chose d'analogu[e], mais d'une façon bien plus compliquée : il ordonnait l'équa[-]tion

$$f(x,y) = 0,$$

par rapport aux puissances décroissantes de x, et en multipli[ant] respectivement les termes par des nombres entiers en progressio[n] arithmétique décroissante, ce qui revenait au même, puisqu'o[n] pouvait retrancher du résultat le produit de $f(x,y)$ par le term[e] de la progression par lequel on avait multiplié le terme indépen[-]dant de x.

Nous avons dit comment Hudde était parvenu à cette règl[e] singulière.

De Sluse compléta la remarque de Huyghens en l'étendant

a formation du numérateur et du dénominateur du coefficient angulaire de la tangente.

C'est ainsi que la notion des polynomes qu'on a depuis appelés dérivés prit naissance avant l'invention du calcul infinitésimal.

L'*Horologium oscillatorium* est le premier grand travail où la dynamique des systèmes prenne un corps; jusqu'à Huyghens, les mobiles dont on avait étudié le mouvement avaient toujours été supposés sans dimensions, les forces qui les sollicitaient étant dirigées vers leurs centres de gravité.

Le premier Chapitre de ce mémorable Ouvrage contient la description de l'horloge à pendule. Dans le second, *De descensu gravium et motu eorum in Cycloïde*, Huyghens reproduit la théorie du mouvement des graves de Galilée, mais en l'améliorant considérablement, et établit le tautochronisme du mouvement cycloïdal. Dans le troisième, *de evolutione et dimensione linearum curvarum*, est introduite pour la première fois la notion des développées. Dans le quatrième Chapitre intitulé *De centro oscillationis*, Huyghens détermine le *centre d'oscillation* d'un pendule composé, ou la longueur du pendule simple isochrone.

Enfin le cinquième Chapitre contient la théorie de la force centrifuge dans le mouvement circulaire.

Nous allons donner une analyse étendue de ce mémorable Ouvrage.

Le titre complet est *Horologium oscillatorium, sive de Motu*

pendulorum ad Horologia aptato demonstrationes Geometricæ. Il a été publié à Paris en 1673.

La préface est intéressante à quelques égards; en voici des extraits abrégés et traduits librement :

« Il y a seize ans que nous avons rendu publique la construction des horloges, récemment inventées par nous. Depuis ce temps nous y avons apporté beaucoup de perfectionnements que ce livre est destiné à faire connaître; le principal consiste dans un moyen de suspension du pendule simple qui assure l'égalité des durées de ses oscillations, égalité qui ne se trouvait pas naturellement (*naturâ non inerat*) dans le pendule circulaire; c'est une propriété de la cycloïde qui nous en a donné les moyens. Cette propriété nous était apparue peu après la première édition de notre *horloge* et nous l'avions communiquée à quelques amis. Nous en donnons aujourd'hui la démonstration, qui formera la principale partie de ce livre. Mais il sera nécessaire de reprendre, pour l'asseoir sur des preuves plus certaines, la théorie de la chute des graves de l'illustre Galilée, théorie dont la propriété que nous avons trouvée dans la cycloïde forme en quelque sorte le point culminant (*apex veluti summus*).

« Mais pour appliquer cette propriété à la construction du pendule, il nous a fallu aborder de nouvelles recherches, concernant les courbes qui se produisent par évolution (les développantes), théorie d'où naît le moyen d'obtenir les longueurs des courbes considérées comme évoluées (comme des développées).

« D'un autre côté, pour expliquer la nature du pendule composé, il a fallu considérer les centres d'oscillation, dont la détermination avait été vainement essayée par plusieurs géomètres, mais moins heureusement; on trouvera là des théorèmes relatifs aux

ignes, aux surfaces et aux volumes qui, si je ne me trompe, araîtront dignes d'attention.

« Après le succès de notre invention, il arriva, suivant l'usage, t comme je l'avais prévu, que plusieurs voulurent en avoir honneur, ou, sinon eux, du moins leur nation, et je pense qu'il onvient de faire obstacle à leurs injustes efforts. Mais, comme e pense qu'il ne viendra à l'esprit de personne de porter la dis- ussion sur ce qui concerne l'emploi de la cycloïde, il suffira de eur opposer simplement ceci que, puisque avant la description ue j'ai publiée il y a seize ans de l'horloge, personne n'en avait ait mention ni par parole, ni par écrit, c'est donc par mes ropres méditations que je l'ai découverte et perfectionnée. Les aits étant connus de tout le monde, il est facile de voir ce qu'il aut penser de ceux qui, ne pouvant produire le témoignage l'aucun savant, ni aucun acte des universités bataves, ont écrit, ept ans après qu'elle avait été publiée, qu'eux ou leurs amis taient les promoteurs de la construction de l'horloge. Quant à eux qui, voulant l'attribuer à Galilée, disent qu'il l'aurait tentée, nais n'y aurait pas réussi, il me semble qu'ils lui font plus de ort qu'à moi-même; il est vrai que d'autres prétendent que des norloges auraient été construites par Galilée ou par son fils, mais e me demande comment ils peuvent espérer faire croire qu'une nvention si utile ait pu rester ignorée durant huit années, usqu'à ce que je la publiasse ; et s'ils prétendent qu'on l'ait exprès tenue cachée, comment ne comprennent-ils pas que celui qui l'a trouvée ait pu s'en attribuer la découverte? je devais dire cela pour ma défense. »

Nunc ad ipsius automati constructionem pergamus: Arrivons maintenant à la construction de l'automate lui-même.

PREMIÈRE PARTIE.

Description de l'horloge à pendule.

On vient de voir qu'Huyghens attachait un grand p
construction de son horloge, et, sans doute, à tous les
d'exécution, qui, en effet, dénotent beaucoup d'habilet
on nous excusera sans doute de ne pas le suivre dans la
tion d'un appareil bien suranné aujourd'hui, et dont l'in
nous paraît constituer pour l'auteur un titre de gloire bi
rieur à tous les autres. Nous nous bornerons à dire que Hu
le premier, conçut et réalisa l'idée du mécanisme par le
mouvement entretenu par un poids ou un ressort, est ré
par l'intermédiaire d'un pendule, tandis que celui-ci re
moteur, à chaque échappement, une petite quantité de for
destinée à compenser la perte de vitesse causée par la ré
de l'air et le frottement.

DEUXIÈME PARTIE.

De la chute des graves et de leur mouvement sur la cycloï

Le principe de l'indépendance des effets, dont on a c
d'attribuer la formulation à Galilée, n'a, je crois, été
d'abord que par Huyghens. Du reste, il ne s'agit pas enco
entendu, de l'indépendance des effets de deux forces, m
lement de celui de la pesanteur, sur un mobile déjà
d'un mouvement uniforme.

Voici comment Huyghens énonce le principe :

« *Horum (motuum) utrumque seorsim considerari*
neque alterum ab altero impediri. » C'est-à-dire : « Cha
ces mouvements peut être considéré isolément, et l'un n'

gêné par l'autre. » Cela ne constitue pas une nouveauté, puisque c'était bien là l'idée de Galilée, mais Huyghens applique immédiatement le principe au cas d'un mobile animé d'abord d'une vitesse ayant une direction quelconque, tandis que Galilée n'avait examiné que le cas où cette vitesse serait horizontale. Il est vrai que cela n'a pas une grande importance.

Où Huyghens réalise un véritable progrès, c'est lorsqu'il démontre (proposition I) que le mouvement d'un corps tombant sous l'influence de la pesanteur est uniformément accéléré, tandis que Galilée admettait, comme étant la plus simple, l'hypothèse que la vitesse de ce corps devait croître proportionnellement au temps. La démonstration d'Huyghens est du reste telle que nous donnons encore aujourd'hui, et qui est fondée précisément sur le principe de l'indépendance de l'effet d'une force constante de grandeur et de direction et du mouvement déjà communiqué au mobile par l'action antérieure de cette force; de sorte que, quoiqu'il n'en dise rien, on serait fondé à croire que déjà Huyghens considère la pesanteur comme une force appliquée à chaque corps et de même nature que toute autre force, au lieu d'une cause occulte, ou d'une entité métaphysique.

La *Proposition II*, que l'espace parcouru par un mobile tombant à partir du repos est égal à celui qu'il aurait parcouru dans le même temps, avec une vitesse constante égale à la moitié de celle qu'il a effectivement acquise dans son mouvement accéléré, cette proposition est prise dans Galilée.

Mais dans la *Proposition III*, que les espaces parcourus par un même corps tombant à partir du repos sont entre eux comme les quarrés des temps, [illegible] s ajoute : ou bien comme les

quarrés des vitesses acquises au bout de ces temps. Cette additi[on]
qui n'a l'air de rien, acquerra une grande importance, parce q[ue]
la vitesse d'un mobile se liant à la hauteur à laquelle il pour[ra]
remonter, sur une courbe raccordée avec sa trajectoire, il [est]
important d'attirer l'attention sur elle.

La *Proposition IV* est nouvelle et a une grande importanc[e au]
même point de vue. Elle consiste en ce qu'un corps animé d'[une]
vitesse verticale dirigée de bas en haut, perd au bout d'un tem[ps]
quelconque la quantité (*momentum*) de vitesse qu'il aur[ait]
acquise durant ce temps, en tombant à partir du repos. Gali[lée]
n'ayant considéré que la composition du mouvement des gra[ves]
avec un mouvement horizontal ne pouvait être conduit à ce[tte]
proposition d'où Huyghens conclura plus tard qu'un cor[ps]
pesant qui parcourt une courbe quelconque reprend toujours [la]
même vitesse lorsqu'il repasse à la même hauteur.

Nous avons vu que Galilée avait cru pouvoir admettre, sa[ns]
démonstration, que des corps qui tombent le long de plans [de]
même hauteur, acquièrent des vitesses égales, au bas de [ces]
plans. Cette proposition devait avoir trop d'importance dans [la]
théorie d'Huyghens, pour qu'il ne cherchât pas à l'établir soli-
dement; mais il ne se sert pas encore du théorème de Stevi[n]
pour y parvenir, ce qui prouve que ce théorème n'avait pa[s]
encore fait fortune, car Huyghens ne pouvait certainement pa[s]
en ignorer la démonstration. (Nous verrons plus loin qu'il en [a]
donné une autre, mais sans doute postérieurement à l'impressi[on]
de l'*Horologium*.)

Après avoir repris la démonstration de la proposition I[I],
énoncée maintenant en ces termes, que l'espace parcouru par u[n]
corps tombant à partir du repos est la moitié de celui qu'[il]

arcourrait, d'un mouvement uniforme, avec une vitesse égale celle qu'il a acquise dans son mouvement accéléré, Huyghens oute : de là il ne sera pas difficile de conclure la proposition ivante, que Galilée demandait qu'on lui concédât comme en uelque sorte évidente par elle-même, dont il s'est si bien, il est ai, efforcé d'apporter ensuite une démonstration, insérée effec- vement dans une édition postérieure de ses œuvres, mais qu'à on sens il n'a pas établie d'une manière certaine, savoir : que s vitesses acquises par des graves descendant le long de plans même hauteur, sont égales.

Voici la démonstration que propose Huyghens : deux plans même hauteur étant appliqués à côté l'un de l'autre de ma- ère que les bases horizontales coïncident, si un corps tombant long de l'un pouvait acquérir une vitesse plus grande qu'en mbant le long de l'autre, on pourrait lui faire acquérir sur le emier une vitesse égale à celle qu'il acquiert sur le second, en faisant tomber d'un point moins élevé que le sommet; mais, imé alors de la vitesse qu'il aurait acquise en tombant le long second plan, de toute sa hauteur, il pourrait remonter jus- 'au sommet de ce second plan, c'est-à-dire plus haut que son int de départ, ce qui est absurde.

On est tout étonné de voir ainsi le principe des forces vives tervenir en Dynamique avant le théorème relatif à la compo- tion et à la décomposition des forces.

Proposition VII.

Les temps de la descente le long de plans de même hauteur, ais diversement inclinés, sont entre eux comme les longueurs ces plans.

Proposition VIII.

Si un mobile descend le long d'une série de plans inclin contigus, la vitesse qu'il acquiert définitivement est égale à ce qu'il eût acquise en tombant librement de la même hauteur.

Proposition IX.

Si un mobile, qui a acquis une certaine vitesse dans sa chu remonte le long de plans contigus, inclinés d'une manière qu conque, il parviendra à la même hauteur d'où il est primitiv ment tombé.

Proposition X.

Si un mobile descend et monte alternativement le long d'u superficie quelconque, il reprendra toujours la même vitesse, so en montant, soit en descendant, en des points situés à la mêm hauteur.

Proposition XI.

Si un mobile qui a suivi une courbe en descendant, parcour en remontant, une courbe symétrique de la première, ses passag par des points homologues seront séparés par des temps égau

Toutes ces propositions se déduisent immédiatement du post latum de Galilée ou du théorème plus général d'Huyghens, q la vitesse gagnée ou perdue par un mobile descendant ou rem tant des plans inclinés de même hauteur est toujours la même.

Ici commence la théorie de la descente le long d'une cycloï verticale. Les *Propositions XII* et *XIII* sont des lemmes, *Proposition XIV* est une conséquence immédiate de la définiti de la cycloïde, et la *Proposition XV* a pour objet la constructi

la tangente à cette courbe. Après avoir établi la règle pour la ıstruction de cette tangente, Huyghens dit : « J'ai hésité à sser ici cette démonstration, parce qu'elle diffère peu de celle 'a donnée Wren, et que je trouve dans le livre sur la cycloïde Wallis; mais, depuis, j'ai résolu la question par une autre thode qui ne convient pas seulement à la cycloïde, mais à tes les courbes engendrées par la circumvolution d'une figure elconque » ; et il démontre que la normale à une courbe engen- e par le mouvement d'un point lié à une autre qui roule sur e droite est constamment dirigée vers le point de contact de la rbe roulante avec la droite sur laquelle elle roule. Mais scartes avait, longtemps auparavant, donné du fait une raison suffisante.

es *Propositions XVI, XVII, XVIII, XIX* et *XX* sont des mes utiles pour l'intelligence des démonstrations des théo- es suivants, mais dont les énoncés peuvent être omis ici sans nvénient.

Proposition XXI.

i un mobile descend successivement le long de deux séries de s contigus en même nombre et ayant, ceux de même rang, ne hauteur, mais des inclinaisons plus grandes dans l'une des s que dans l'autre, le temps de la descente le long des s qui font de plus grands angles avec l'horizon, est le plus t des deux.

Proposition XXII.

sur une cycloïde contenue dans un plan vertical, ayant sa horizontale et tournant sa concavité vers le haut, on prend arcs de même hauteur, le temps de la descente le long de

l'arc le plus éloigné du sommet sera le plus court (parce qu éléments de cet arc feront des angles plus grands avec l'hori que les éléments de l'autre).

Les *Propositions XIII*, *XIV* et *XV* ont pour objet de dém trer le tautochronisme de la cycloïde. Mais nous n'entrerons dans le détail des démonstrations, parce qu'elles ne reposent p outre les principes de Dynamique précédemment établis, que des considérations de Géométrie pure. Nous nous bornons l'énoncé de la dernière proposition : les temps que mettrait mobile abandonné en différents points de la cycloïde, pour p venir au point le plus bas, sont égaux entre eux et ils ont celui de la chute verticale le long d'un diamètre du cercle gé rateur, une raison égale à celle de la demi-circonférence diamètre.

On voit que, même dans cette conclusion finale, Huyg n'introduit pas encore l'accélération du mouvement d'un co tombant sous l'influence de la pesanteur.

TROISIÈME PARTIE.

De l'évolution des courbes et de leur mesure.

Huyghens appelle *evoluta* la courbe que nous appelons dé loppée et *ex evolutione descripta* celle que nous nommons dé loppante. La question principale dont il entrevoit la solution celle de la rectification des courbes, au moyen de leurs dével pantes : d'après la définition même de la développante, engend par le développement d'un fil enroulé sur la développée, la lo gueur d'un arc quelconque de la développée est la différence longueurs des tangentes menées aux deux extrémités de cet

terminées à la développante; mais la recherche directe de la
veloppante d'une courbe donnée, au moyen de sa définition
écanique, serait impossible; c'est pourquoi Huyghens com-
ence par démontrer que les tangentes à la développée viennent
utes couper la développante à angle droit.

Réciproquement la développée d'une courbe est tangente à
utes les normales à cette courbe.

Au reste, les deux recherches d'une développante et d'une déve-
oppée sont connexes, en ce sens qu'en résolvant une question de
n des genres, on en résout en même temps une de l'autre. Aussi
uyghens se propose-t-il tantôt de passer de la développante à
développée et tantôt de la développée à la développante, mais le
emier problème est déterminé, tandis que le second ne l'est
s.

Il commence par faire voir que la développée d'une cycloïde se
mpose des deux moitiés d'une cycloïde égale, placées comme
le sait assez; il en conclut immédiatement que la longueur
une cycloïde est octuple du rayon du cercle générateur.

Il cherche ensuite la développée de la parabole et trouve que
est une *courbe paraboloïde* telle que le cube de son abscisse,
mptée de son sommet, est égal à un solide ayant pour base le
rré construit sur son ordonnée (ordinatim applicata) et sur une
rtaine droite déterminée; puis il se propose la question inverse :
ctifier la courbe paraboloïde, notre parabole cubique.

Il obtient ensuite les quadratures de quelques portions de sur-
ces du second degré; il détermine les développées de l'ellipse et
e l'hyperbole; enfin il se propose le problème général.

*Datâ lineâ curvâ, invenire aliam cujus evolutione illa descri-
atur; et ostendere quod ex unaquaque curva geometrica, alia*

curva itidem geometrica existat, cui recta linea æqualis [...] *possit.*

C'est-à-dire : une courbe étant donnée, trouver sa dévelop[...] et montrer qu'à une courbe géométrique quelconque, il en [...]respond une autre également géométrique telle qu'on p[...] assigner une droite qui lui soit égale.

C'est dans l'analyse de ce problème général qu'il parvient [...] détermination du centre de courbure, considéré comme poin[...] rencontre de deux normales infiniment voisines. Voici la solu[...] qu'il donne de cette importante question :

Soïent AB (*fig.* 1) un arc de la courbe en question, B le p[...] considéré de cet arc, F un point du même arc, infiniment voi[...] de B; BG et FG les normales en B et en F, il s'agit de trouve[...] position limite du point G.

Soient X′X un axe (auquel est rapportée la courbe), BK et [...] les ordonnées des points B et F, M et N les points de renco[...] de BG et FG avec X′X, BO une parallèle à MN et P le poin[...] BO rencontre FL; enfin FBH la tangente en F ou en B [...] *si interstitium* BF *infinite parvum intelligatur, recta* BH [...] *curvam in* B *tangat, quoque pro tangente in* F *censebitur* [...] aura d'abord :

$$BG : MG :: BO : MN,$$

d'où

$$BG : BM :: BO : BO - MN.$$

Mais BM pouvant être regardé comme connu, il en résulte [...] pour avoir BG, il suffira de trouver le rapport $\frac{BO}{MN}$.

Cela posé,

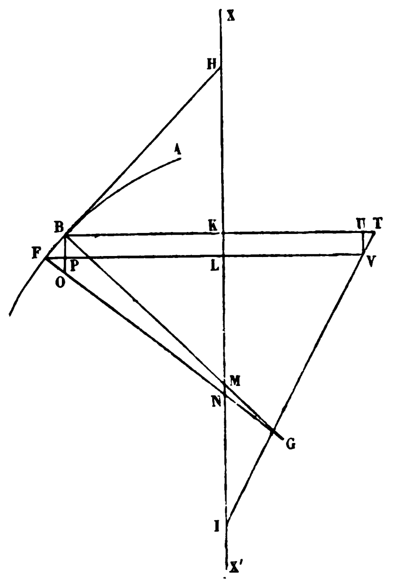
$$\frac{BO}{MN} = \frac{BO}{BP} \times \frac{BP}{MN} = \frac{BO}{BP} \times \frac{KL}{MN},$$

faut donc chercher $\frac{BO}{BP}$ et $\frac{KL}{MN}$; mais

$$\frac{BO}{BP} = \frac{NH}{HL},$$

t $\frac{NH}{HL}$ est donné (parce qu'il se réduit à $\frac{MH}{HK}$, mais Huyghens e le dit pas).

Fig. 1.



Reste donc à trouver $\frac{KL}{MN}$; pour cela, élevons à l'axe X′X les rpendiculaires KT et LV respectivement égales à KM et LN, concevons la courbe lieu du point T, ou du point V; (cette urbe est celle dont l'ordonnée serait la sous-normale de la pro-

posée), enfin menons VU et TU parallèle et perpendiculair[e à]
l'axe X'X :

$$MN - KL = LN - KM = LV - KT = UT,$$

par conséquent

$$MN = UT + KL,$$

d'où

$$\frac{MN}{KL} = 1 + \frac{UT}{KL} = 1 + \frac{UT}{UV},$$

ou, si l'on joint VT qui coupe l'axe X'X en I,

$$\frac{MN}{KL} = 1 + \frac{KT}{KI}.$$

Mais la courbe lieu des points T ou V étant connue, on pe[ut]
trouver $\frac{KT}{KI}$ par la méthode des tangentes.

Cette démonstration est trop compliquée pour qu'on en p[uisse]
bien saisir le mérite, si on ne la traduisait pas en formules m[o]dernes. Soient y l'ordonnée BK de la courbe, y' et y'' ses dérivé[es]
première et seconde par rapport à x :

$$KH = \frac{y}{y'}, \quad KM = yy', \quad BM = y\sqrt{1 + y'^2},$$

par conséquent la première formule d'Huyghens est, en remp[la]çant BG par R,

$$\frac{R}{y\sqrt{1 + y'^2}} = \frac{1}{1 - \frac{MN}{BO}} = \frac{1}{1 - \frac{BP}{BO}\frac{MN}{KL}}.$$

En remplaçant $\frac{BP}{BO}$ par $\frac{HK}{MH}$ ou par $\frac{\frac{y}{y'}}{\frac{y}{y'} + yy'}$ c'est-à-[dire]

p $\frac{1}{+y'^2}$, elle devient

$$\frac{R}{y\sqrt{1+y'^2}} = 1 - \frac{1}{\frac{1}{1+y'^2}\,\frac{MN}{KL}},$$

ı, en remplaçant $\frac{MN}{KL}$ par $1 + \frac{UT}{UV}$,

$$\frac{R}{y\sqrt{1+y'^2}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1+y'^2}\left(1 + \frac{UI}{UV}\right)}.$$

ais l'ordonnée de la courbe lieu des points T ou V est KM, ou y', et $\frac{UT}{UV}$ est le coefficient angulaire de la tangente à cette ourbe, c'est-à-dire que

$$\frac{UT}{UV} = y'^2 + yy'';$$

faisant la substitution, il vient

$$\frac{R}{y\sqrt{1+y'^2}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1+y'^2}(1+y'^2+yy'')};$$

u

$$R = \frac{(1+y'^2)\sqrt{1+y'^2}}{y''}.$$

Sauf qu'Huyghens ne peut naturellement faire les calculs que e proche en proche, sur chaque exemple, on voit que sa solution st parfaite.

QUATRIÈME PARTIE

Du centre d'oscillation.

Nous avons trouvé dans ce qui précède les solutions de b belles et grandes questions, mais celle qu'Huyghens va abor maintenant, et qu'il résoudra si simplement, dépasse infinim toutes les autres en difficulté. Non seulement en effet, la qu'il faut découvrir est profondément cachée, mais les donn de la question ne forment qu'une masse confuse. On suppose corps, dont on ne doit définir ni la figure ni la composition molécules pesantes, sans quoi la solution deviendrait particuli et on propose de trouver une propriété très particulière de corps; la question est donc de découvrir les sommes de ses é ments, ou formées de ses éléments, qui pourront intervenir d la solution à produire; la difficulté est aussi immense que no velle. Car que l'on demande de quarrer une surface ou de cuber volume, on donne leurs contours; qu'on demande la tangente une courbe, ou qu'on se propose toute autre recherche analog on sait immédiatement aussi bien ce qui est étranger à la que tion, que ce qu'il faut prendre pour donné; ici rien de pare Celui qui fait la question ne pourrait même pas la poser distin tement, sauf sur des exemples, et si l'on ajoute que la Dynamiq du point n'était pas encore fondée, lorsque Huyghens abord l'importante section de la Dynamique des systèmes dont il a heureusement pu éclaircir tous les points; si l'on songe enfin qu lui a fallu discerner, au milieu de l'amas des choses ignorées son temps, les questions qu'il serait indispensable de résoud avant toute tentative pour aborder la grande question qu'il s

osait, on reconnaîtra, je crois, qu'il a montré un génie vraiment .ors ligne.

Huyghens ne s'y méprenait sans doute pas, quoiqu'il parle tou- ɔurs très modestement de ses travaux; voici ce qu'il dit au sujet e la recherche qui nous occupe :

« Le très docte Mersenne me proposa, ainsi qu'à beaucoup 'autres, lorsque je n'étais encore pour ainsi dire qu'un enfant, la echerche du centre d'oscillation, problème célèbre parmi les éomètres de ce temps; il me demandait de trouver ceux d'un riangle, d'un secteur ou d'un segment circulaires, diversement uspendus, et estimait le prix de l'œuvre, si j'y réussissais, certai- ıement très grand et digne d'envie, mais il n'obtint aucune éponse de personne. Pour ce qui me regarde, ne trouvant rien ui pût même éclairer la voie dans une pareille recherche, et epoussé en quelque sorte au seuil de la question, je m'abstins .lors d'une plus longue recherche, et quant aux hommes très listingués, Descartes, Fabri et autres, qui croyaient avoir achevé a solution, non seulement ils n'en atteignirent pas le faîte, si ce 'est dans un petit nombre de cas très simples, mais leurs démon- trations, à ce qu'il me semble, n'étaient pas appropriées... L'oc- asion de reprendre mes recherches à cet égard se présenta à moi ɔrsque je me proposai de tempérer les pendules de mes horloges u moyen de poids additionnels mobiles (destinés à en ralentir ou à n accélérer le mouvement). Enfin, abordant la question sous de neilleurs auspices, j'ai pu en lever toutes les difficultés; et outre e plaisir d'avoir trouvé des choses que beaucoup d'autres avaient herchées, et de connaître en ce sujet les lois et décrets de la ature, j'ai encore eu celui d'obtenir un moyen simple et facile e régler mes horloges. »

Hypothèse I.

Si des corps quelconques commencent à se mouvoir en vertu
leur gravité, leur centre de gravité ne pourra pas monter plus hau
que le point où il se trouvait d'abord.

La nécessité où se trouve Huyghens de faire de cette propositi
un *postulatum* tient à ce qu'il ne peut introduire les actions
réactions mutuelles des différentes parties d'un système lié, ni
plus forte raison reconnaître qu'elles n'ont pas d'effet sur le mou
vement du centre de gravité. Son hypothèse, qui est un vrai prin
cipe, remplace le théorème des quantités de mouvement projeté
sur un axe.

Hypothèse II.

En supposant écartées toutes les résistances extérieures,
centre de gravité d'un pendule parcourra des arcs égaux en mon
tant et en descendant.

Cette hypothèse comporte une remarque analogue à la préc
dente, mais Huyghens ne cherche pas à établir des propos
tions pour ainsi dire évidentes, il cherche la solution d'un
question profondément obscure, et, pourvu qu'il soit certain
l'exactitude de ses hypothèses, cela lui suffit. Quant à nous
nous ne pouvons qu'admirer le discernement avec lequel il l
choisit.

Proposition I.

Si des corps quelconques se trouvent d'un même côté d'un pla
que des centres de gravité de ces corps on abaisse des perpendicu
laires sur le plan, qu'on duise le poids de chaque corps sur l

·endiculaire correspondante et qu'on fasse la somme des ltats, cette somme sera égale au résultat de la duction de la ɛɜme des poids sur la distance du centre de gravité du système plan.

our le démontrer, Huyghens prolonge au delà du plan, d'une ʒueur égale à la distance du centre de gravité du système à ce ɜ, toutes les perpendiculaires abaissées des centres de gravité · parties, et il imagine, à l'extrémité de chacune des lignes ainsi ·longées, un corps ayant son centre de gravité à cette extrémité ·n poids capable de faire équilibre, par rapport au point d'in-·ection de la perpendiculaire avec le plan, au poids donné, :é de l'autre côté du plan. Le produit de chacun des poids ınés, ou considérés, par la distance de son centre de gravité au n est, d'après la théorie d'Archimède, égal au produit de son respondant par la distance commune de tous ces poids auxi-res au plan; par conséquent la somme des produits indiqués ıs le premier membre de l'énoncé de la proposition est égale produit de la somme des poids auxiliaires par la distance au n du centre de gravité du système proposé. Cela posé, si le n était dressé perpendiculairement à l'horizon, tous les poids ıservant d'ailleurs leurs situations les uns par rapport aux :res et par rapport au plan, il y aurait équilibre par rapport :e plan ainsi dressé; mais tous les poids donnés pourraient e remplacés par un seul, appliqué en leur centre de gravité nmun et égal à leur somme : il y a donc égalité entre le ıduit de la somme des poids donnés, par la distance de leur ıtre de gravité commun au plan, et la somme des produits chaque poids par la distance de son centre de gravité au n.

Proposition II.

Si tous les poids considérés sont égaux, la somme des dist de leurs centres de gravité au plan est égale au produit par nombre de la distance du centre de gravité de leur systèm plan.

Proposition III.

Si des corps montent ou descendent tous de quantités q conques, la somme des produits du poids de chacun par la qu tité dont s'est élevé ou abaissé son centre de gravité est égale produit de la somme de ces poids par la quantité dont s'est é ou abaissé le centre de gravité commun.

Proposition IV.

Si un pendule composé, partant du repos, a effectué une p tion quelconque d'une de ses oscillations, qu'on imagine a toutes ses particules rendues indépendantes les unes des autres qu'on conçoive les hauteurs auxquelles elles pourraient remon individuellement en vertu des vitesses qu'elles auront acquis leur centre de gravité, en supposant toutes les parties fixées a points où elles auront pu remonter, se trouvera à la hauteur d'o il était descendu d'abord.

Proposition V.

C'est par cette proposition que se trouve résolue la question d la longueur du pendule simple isochrone à un pendule compos

Soient O l'axe de suspension, A le poids d'une particule d corps oscillant, laquelle se confond avec son centre de gravité *a* la distance de cette particule à l'axe O, G le centre de gravité d

ule et g la distance de ce point à l'axe; L un point pris sur rpendiculaire abaissée de G sur l'axe et l la distance de ce t à l'axe; soit enfin ω la vitesse angulaire d'un point quel-ue du pendule, à une époque quelconque : ωl sera la vitesse oint L; et si ce point était à ce moment séparé du pendule, urrait en vertu de cette vitesse remonter sur une courbe conque à la hauteur $\lambda = \frac{\omega^2 l^2}{2j}$, j désignant l'accélération du vement des graves. La hauteur à laquelle pourrait remonter la cule A, supposée déliée du système, serait de même $\alpha = \frac{\omega^2 a^2}{2j}$. ant au centre de gravité du pendule, il s'est abaissé d'une eur ζ et il remonterait à cette hauteur (proposition IV) si s les particules de ce pendule, rendues indépendantes, remon-t séparément aux hauteurs où elles pourraient parvenir. s la hauteur à laquelle peut remonter le centre de gravité système dépend des hauteurs auxquelles pourraient remon-es différentes particules de ce système : d'après la proposi- III, le produit du poids du pendule par la hauteur à laquelle t remonter son centre de gravité doit être égal à la somme des luits des poids des parties, par les hauteurs auxquelles elles vent remonter.

n doit donc avoir

$$\zeta \Sigma A = \Sigma A \alpha = \Sigma A \frac{\omega^2 a^2}{2j}.$$

ans cette équation on remplace $\frac{\omega^2}{2j}$ par $\frac{\lambda}{l^2}$, il vient

$$\zeta \Sigma A = \frac{\lambda}{l^2} \Sigma A a^2.$$

Cela posé, si L était précisément le point de OG qui se m
dans le pendule composé, comme il se mouvrait s'il formait
pendule simple, la hauteur dont il est tombé serait celle à
quelle il pourrait remonter, c'est-à-dire qu'elle serait égale à
Mais les trois points O, G et L étant en ligne droite, les
teurs dont G et L sont tombés sont proportionnelles à le
distances au point O; par conséquent, dans l'hypothèse o
représenterait la hauteur dont est tombé L, on devrait avoir

$$\frac{\lambda}{\zeta}=\frac{l}{g};$$

en remplaçant λ par $\frac{l\zeta}{g}$ dans l'équation

$$\zeta\Sigma A=\frac{\lambda}{l^2}\Sigma A a^2,$$

on trouve, dans cette hypothèse,

$$lg\Sigma A=\Sigma A a^2,$$

d'où

$$l=\frac{\Sigma A a^2}{g\Sigma A}.$$

Donc la longueur du pendule simple isochrone à un pend
composé est donnée par la formule

$$\frac{\Sigma A a^2}{g\Sigma A}.$$

La démonstration d'Huyghens est beaucoup plus compliq
et surtout beaucoup plus difficile à suivre, d'abord parce q
n'y introduit ni j ni ω, en second lieu parce qu'il la fait non s
lement synthétiquement, c'est-à-dire sans analyse, mais enc

l'absurde : il considère le point de OG situé à une distance point O égale à

$$\frac{\Sigma A a^2}{g \Sigma A},$$

il démontre que la vitesse de ce point, lié au pendule, n'est ni is grande, ni plus petite que celle du pendule simple dont la igueur serait cette distance.

Mais tout en cherchant à rendre sa démonstration intelligible ur les lecteurs modernes, nous en avons conservé les principes la marche. Bien entendu, Huyghens ne se sert pas du signe Σ, il nsidère son pendule comme composé de parties A, B, C, etc. ; n'écrit pas a^2, mais aa; au reste sa méthode de calcul est plutôt le de Viète que celle de Descartes, ce qui tient à ce que, pour vre Descartes, il lui faudrait supposer deux unités concrètes, e pour les longueurs et une pour les poids.

Nous avons encore, pour abréger, employé le mot *produit*, s la traduction des énoncés de ses dernières propositions, mais yghens se sert partout des expressions de Viète *ducere in*, *ctum in*, etc. Quand il emploie le mot *productum*, ce mot nifie *ce qui provient de la duction.* Nous avons aussi employé mot *corps* dans notre traduction; Huyghens dit toujours des *ds*, peut-être parce qu'on aurait pu lui objecter qu'un corps st pas nécessairement pesant.

Quoi qu'il en soit, on voit que son principe, que nous avons nsidéré à part dans notre introduction, conduit très simplent Huyghens à la solution du problème proposé.

La proposition suivante ne consiste que dans la traduction la formule

$$l = \frac{\Sigma A a^2}{g \Sigma A},$$

dans la seule hypothèse qui permette à Huyghens de s'expri clairement. La voici :

Proposition VI.

Étant donné un pendule composé de poids égaux, si la som des quarrés des distances de ces poids à l'axe d'oscillation appliquée (style de Viète) à la distance de leur centre de gra commun à ce même axe, multipliée par le nombre des poi en sortira la longueur du pendule simple isochrone au pen composé.

Les propositions suivantes ont pour objet non seulem d'instituer une méthode pour la recherche des centres d'osci tion, mais aussi de compléter la théorie générale, car Huygh la prolonge jusqu'à la démonstration de la réciprocité des de suspension et d'oscillation ; enfin de déterminer les cen d'oscillation d'un certain nombre de corps : un rectangle suspe par l'un de ses sommets, un triangle isoscèle suspendu par sommet, un segment droit de parabole suspendu par son som ou par le milieu de sa base, un secteur circulaire suspendu p centre du cercle auquel il appartient, un cercle ou sa circo rence, un polygone régulier ou son périmètre, suspendus par point quelconque d'un diamètre; une pyramide, un cône, sphère, un cylindre, un conoïde droit parabolique ou hype lique, suspendus par un point de l'axe de figure.

Mais nous restreindrons notre analyse aux propositi générales, dont nous changerons d'ailleurs l'ordre, afin de re la suite des idées plus facile à saisir, car Huyghens, qui ti déjà d'Archimède par le génie, l'imite aussi trop souvent dan

éthode d'exposition : il ne prévient jamais de l'utilité des ›mes ou propositions accessoires qui entrent dans l'échafau-ge de ses théories, de sorte qu'on est obligé de lui accorder des dits souvent fort longs.

Nous avons déjà dit qu'Huyghens ne fait pas encore usage du cul moderne, c'est-à-dire qu'il ne suppose pas encore les ndeurs rapportées à des unités et représentées par leurs sures; il ne se sert pas non plus de la méthode de Descartes; n autre côté, duire des poids, représentés eux-mêmes par des lumes, sur des quarrés de longueurs, comme il aurait à le faire ur appliquer la formule

$$l = \frac{\Sigma A a^2}{g \Sigma A},$$

paraît sans doute bien compliqué; mais surtout il tient à tenir des représentations figurées des choses dont il parle.

Pour cela, il commence d'abord par se débarrasser des poids A les faisant égaux, comme nous l'avons vu dans la proposi-n VI. La formule précédente devient alors

$$l = \frac{A \Sigma a^2}{g m A} = \frac{\Sigma a^2}{m g},$$

désignant le nombre des poids égaux ou des particules égales corps oscillant.

Cela posé, comme m et Σa^2 deviendraient en même temps nis, Huyghens cherche à obtenir Σa^2 sous la forme de m fois un tangle déterminé. Il y arrive comme nous allons l'expliquer, is il faut pour cela distinguer trois cas : le premier où le pen-le est formé d'une figure plane oscillant autour d'un axe ntenu dans son plan, le second où le pendule est encore formé

d'une figure plane, mais oscillant autour d'un axe perpendi-laire à son plan, et le troisième, où le pendule est quelconque.

Supposons d'abord que le corps oscillant soit une figure pl et que l'axe soit contenu dans son plan; sur cette figure il é un cylindre indéfini, qu'il coupe par un plan passant par l de suspension et incliné à 45° sur le plan de la figure. Le vol de ce cylindre tronqué est égal à celui du cylindre qui a pour base la figure et pour hauteur la distance du centre de g vité de la figure à l'axe. En effet, si ω désigne un des élém égaux de l'aire de la figure et a la distance de cet élément à l' comme la hauteur du cylindre élevé sur cet élément est aus ce cylindre élémentaire a pour volume ωa, de sorte que tronc cylindrique total est représenté par

$$\Sigma\omega a \quad \text{ou} \quad \Omega a_1,$$

Ω désignant l'aire de la figure, et a_1 la distance de son centre gravité à l'axe.

En second lieu, la somme des quarrés des distances des élém égaux de la figure à l'axe, c'est-à-dire Σa^2, est égale à m fois rectangle dont les côtés seraient a_1 et la distance a'_1 à l'axe, de projection, sur le plan de la figure, du centre de gravité tronc cylindrique.

En effet la distance a'_1 serait donnée par la formule

$$a'_1 = \frac{\Sigma\omega a . a}{\Sigma\omega a} = \frac{\Sigma a^2 \omega}{a_1 \Omega} = \frac{\omega \Sigma a^2}{m \omega a_1} = \frac{\Sigma a^2}{m a_1},$$

d'où

$$\Sigma a^2 = m a_1 a'_1.$$

Il résulte de là que la longueur du pendule simple isochrone

dule proposé est

$$l = \frac{a_1 a'_1}{g} \quad \text{ou} \quad a'_1,$$

ici g ne diffère pas de a_1.

insi, pour avoir la longueur du pendule simple isochrone au dule formé par une figure plane oscillant autour d'un axe tenu dans son plan, il suffira d'obtenir la plus courte distance e cet axe et la perpendiculaire au plan de la figure qui passe- par le centre de gravité du cylindre tronqué correspondant, ui n'est plus, comme le dit Huyghens, qu'une question de re de celles qu'on sait résoudre, quand la figure s'y prête.

uyghens ne démontre pas encore ici que la longueur du pen- simple isochrone au pendule formé d'une figure plane llant autour d'un axe contenu dans son plan, reste la même que soit cet axe, pourvu que sa distance au centre de gravité figure reste elle-même constante.

ette proposition sera démontrée plus loin en même temps pour un pendule quelconque. Il faut d'abord l'établir pour s où le pendule est formé d'une figure plane oscillant autour axe perpendiculaire à son plan.

assons donc à ce second cas. Soient O le point où l'axe de pension perce le plan de la figure, G le centre de gravité de e figure, et A un des éléments égaux en poids de la figure : la nule de la longueur du pendule simple isochrone au pendule sidéré est toujours

$$l = \frac{\Sigma a^2}{mg},$$

désignant maintenant la distance AO et g la distance GO.

Σa^2 s'obtiendra autrement que dans le cas précédent : Si p
on mène, dans le plan de la figure, une perpendiculaire à OG
qu'on désigne par a' et a'' les distances du point A à cette p
pendiculaire et à OG elle-même,

$$a^2 = a'^2 + a''^2;$$

par conséquent

$$\Sigma a^2 = \Sigma a'^2 + \Sigma a''^2,$$

de sorte que le problème est ramené au précédent; seulem
lieu d'un cylindre tronqué on en aura deux à considérer.

Il faut maintenant démontrer que si la distance OG r
constante, la longueur du pendule simple isochrone au pe
considéré resterait aussi constante, c'est-à-dire que Σa^2 con
rait la même valeur, puisque m ni g ne changeraient.

Cela revient évidemment à démontrer que la somme des q
des distances de points tels que A, contenus dans un m
plan, à un point O quelconque de la circonférence d'un c
décrit du centre de gravité de ces points A comme centre,
la même quel que soit le point choisi sur la circonférence.

Or, si l'on conçoit deux axes rectangulaires passant p
centre du cercle, que x et y soient les coordonnées du point
x', y', celles du point O,

$$a^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 = x^2 + y^2 + x'^2 + y'^2 - 2x'x - \dots$$

et

$$\Sigma a^2 = \Sigma(x^2 + y^2) + \Sigma(x'^2 + y'^2) - 2x'\Sigma x - 2y'\Sigma y,$$

mais Σx et Σy sont nuls puisque le centre de gravité du sy
des points A est à la fois sur l'axe des x et sur l'axe des y;
d'un autre côté,

$$\Sigma(x'^2 + y'^2) = m\mathrm{R}^2,$$

.ésignant le rayon du cercle et m le nombre des points, Σa^2 se ɹit donc à

$$\Sigma(x^2+y^2)+m\mathrm{R}^2,$$

:l ne reste plus traces de x' ni de y'.

[uyghens fait sa démonstration plus longuement parce qu'il prend pas pour origine des coordonnées le centre du cercle, ›ablement pour que tous les points A se trouvent dans un ne angle des axes, et qu'ainsi toutes les quantités x et y nt positives. Mais elle est fondée sur des considérations ana-ιes à celles que nous avons employées.

onsidérons enfin le troisième cas où le pendule est formé ι corps quelconque. Huyghens mène par l'axe autour duquel orps doit tourner deux plans rectangulaires entre eux : le ·ré de la distance d'un point du corps à l'axe est égal à la ne des quarrés des distances de ce point aux deux plans idérés, de sorte qu'on est ramené à la question de trouver la ne des quarrés des distances des particules égales d'un corps ι plan.

ɔur trouver cette dernière somme, Huyghens imagine le s divisé en segments par des plans parallèles à celui dont il it, et, dans ces plans sécants, il conçoit des droites, parallèles ·e elles, et proportionnelles aux bases des segments. Il rapporte tes ces droites sur un même plan en conservant leur parallé-ɿe et laissant entre elles des distances égales à celles des plans elles étaient contenues d'abord; il suppose construite la rbe qui rejoindrait les extrémités de toutes les droites ainsi ısportées; enfin il marque sur le même plan la parallèle que à ces droites, dont la distance à chacune d'elles serait

égale à la distance du plan contenant la section correspondante corps, au premier plan considéré.

En d'autres termes, il forme une courbe dont les segme déterminés par des parallèles à un axe contenu dans son p soient proportionnels aux segments déterminés dans le corps des plans parallèles au plan par rapport auquel il fallait pre les distances et, de plus, telle que les distances des bases segments de cette courbe, à l'axe contenu dans son plan, so respectivement égales aux distances des plans des bases segments du corps au plan par rapport auquel il fallait pre les distances. Ces dispositions étant réalisées, la somme des qu des distances des éléments égaux de l'aire de la courbe, à l' contenu dans son plan, se trouve évidemment égale à la so des quarrés des distances des éléments correspondants du co au plan qui avait été proposé ; et la question est ainsi ramen une autre déjà résolue.

Voici maintenant comment Huyghens démontre que la gueur du pendule simple isochrone à un pendule formé corps quelconque reste constante, lorsque l'axe de suspensio fait que se déplacer parallèlement à lui-même, en restant jours à la même distance du centre de gravité du corps.

Quel que soit celui de ces axes autour duquel le corps tourner, chaque particule du corps oscillera toujours da même plan. Huyghens considère un de ces plans, décom son pendule en prismes très petits perpendiculaires à ce pla ayant tous même section droite, il imagine la surface for dans ce même plan, des sections suivant lesquelles il coupe les prismes et donne à chaque section un poids proportion

longueur du prisme (textuellement, il suppose chaque section ɔétée, par superposition, autant de fois que la hauteur du prisme ntient d'éléments égaux, et les mêmes dans tous les prismes). La somme des quarrés des distances des éléments égaux de la ;ure (chacun d'eux répété un nombre convenable de fois) à la ıce, sur le plan de cette figure, de l'axe de suspension considéré, : égale à la somme des quarrés des distances des éléments égaux :respondants du pendule, au même axe de suspension ; les nom- :s de particules sont aussi les mêmes de part et d'autre; et enfin distances à l'axe de suspension du centre de gravité de la figure ɔtenu en tenant compte du nombre des éléments superposés en aque endroit) et du centre de gravité du pendule, sont les mêmes. Les longueurs des pendules simples isochrones au pendule ısidéré, et au pendule formé de la figure correspondante, ıujettis à tourner autour du même axe, quel qu'il soit d'ail- ırs, parmi ceux qu'on considère, sont donc égales.

Mais, pour le pendule formé de la figure plane considérée, la ıgueur du pendule simple isochrone reste la même quel que it l'axe de suspension, parmi ceux dont il s'agit : donc il en t de même pour le pendule proposé.

Pour compléter la théorie, il suffit maintenant de remarquer ıe, d'après la conception précédente, les théorèmes généraux :montrés relativement au pendule formé d'une figure plane cillant autour d'un axe perpendiculaire à son plan, peuvent re immédiatement transportés à un pendule composé, formé ın solide quelconque : reprenons donc la formule générale

$$l = \frac{\Sigma a^2}{mg} \quad \text{ou} \quad l = \frac{\frac{\Sigma a^2}{m}}{g},$$

et appliquons-la au cas d'une figure plane tournant autour d'u
axe perpendiculaire à son plan :

Soient O la trace, sur le plan de la figure, de l'axe de suspe
sion, G le centre de gravité de cette figure, d la distance d'un é
ment de la figure au centre de gravité G, enfin d' la projecti
de d sur OG :

$$a^2 = g^2 + d^2 - 2gd'$$

et

$$\Sigma a^2 = mg^2 + \Sigma d^2 - 2g\Sigma d';$$

mais $\Sigma d'$ est identiquement nul, puisque d' est la distance d
des éléments égaux de la figure à un plan perpendiculair
celui de cette figure et passant par son centre de gravité.

Par conséquent

$$\Sigma a^2 = mg^2 + \Sigma d^2,$$

et, par suite,

$$l = g + \frac{\Sigma d^2}{mg}.$$

Ainsi la distance du centre de gravité au centre d'oscillation

$$\frac{\Sigma d^2}{mg}.$$

Cela posé, si l'axe de suspension du pendule tout en rest
parallèle à lui-même s'éloigne ou se rapproche du centre de gr
vité, Σd^2 ne change pas pour cela; par conséquent la distance
centre d'oscillation au centre de gravité varie en raison inver
de la distance g du centre de gravité à l'axe de suspension.

Ainsi, si l'on désigne par l_1 la distance du centre d'oscillati
au centre de gravité,

$$l_1 g = \frac{\Sigma d^2}{m} = \text{constante} = k^2;$$

- conséquent, si l'on a obtenu le centre d'oscillation d'un pen-
Le suspendu par un axe quelconque, et qu'on le suspende
; uite par un axe parallèle au premier, et passant par le centre
scillation trouvé précédemment, on obtiendra un nouveau
ndule isochrone au premier.

La démonstration d'Huyghens est un peu plus compliquée,
is les principes en sont les mêmes.

Après avoir terminé cette belle théorie, Huyghens se trouve
. t perplexe parce que son pendule cycloïdal n'en profitera
. Voici ce qu'il dit : « Si l'on rapproche ce qui a été exposé
ativement au pendule cycloïdal de ce qui concerne le centre
scillation, il semblera qu'il manque à ce pendule quelque
ose pour réaliser la parfaite égalité des oscillations ; et d'abord
se demandera si le cercle générateur de la cycloïde doit avoir
ur rayon la distance du point de suspension au centre de gra-
é de la tige, ou à son centre d'oscillation, car l'intervalle qui
pare ces deux points est souvent très sensible ; et si nous
ions que c'est la distance au centre d'oscillation qu'il faut
endre, on pourrait objecter que ce qui a été établi du centre d'os-
lation ne conviendrait pas à un pendule dont la longueur varie
cessamment, comme celui qui est suspendu entre deux cycloïdes.

« La question est assurément très délicate, car, dans la démon-
ration de l'égalité des oscillations sur la cycloïde, nous avons
pposé réduit à un point le mobile assujetti à la parcourir.

« Mais, si nous ne considérons que le côté pratique, la difficulté
est pas si grande, car il n'est pas nécessaire de donner au pen-
ıle un poids tel que la distance du centre de gravité et du
ntre d'oscillation puisse apporter quelque trouble (*aliquid
rbare possit*).

« Mais, si nous voulons éviter ces difficultés (*has tricas*), nous arriverons en rendant la sphère, ou la lentille, mobile autour son axe horizontal; il en résultera en effet que cette sphère cette lentille conservant toujours la même position par rappor l'horizontale, tous ses points parcourront des cycloïdes, comm son centre; que la considération du centre d'oscillation sera ai évitée et que l'égalité des temps ne sera pas moins parfaite q si la gravité était réunie en un seul point. »

Cela prouve qu'on peut se tromper, même quand on Huyghens, et surtout quand on y tient, ou, au moins, qu'on demande pas mieux.

Il est bien clair qu'en supposant le mouvement établi comm le veut Huyghens, du moment qu'un point de l'axe qui trav serait la lentille décrirait une cycloïde, tous les points de ce lentille décriraient d'autres cycloïdes égales, se trouveraient même temps aux points homologues de toutes ces cycloïdes auraient par conséquent leurs vitesses, leurs accélérations et leu forces d'inertie égales et parallèles.

Cela posé, il y aurait équilibre, d'après le théorème de Dalem bert, entre les forces d'inertie de tous les points de la lentille les forces extérieures. Les forces d'inertie se composeraient une seule appliquée au centre de gravité et, parmi les forces ext rieures, les poids des particules se composeraient aussi au centre gravité. Il y aurait évidemment équilibre entre ces deux résul tantes et la réaction du fil ou de la lame, si l'axe géométrique suspension de la lentille passait par son centre de gravité; mais lentille frotterait naturellement sur les coussinets, ce frottement ferait basculer et le mouvement supposé ne pourrait plus avoir li

Nous avons déjà dit que l'*Horologium oscilla*

ine par la théorie de la force centrifuge. Mais les théorèmes sont énoncés sans démonstrations. Ces démonstrations se ›uvent dans l'opuscule intitulé *De vi centrifuga* qui fait par- des œuvres posthumes d'Huyghens, mais, comme la publi- :ion n'en a eu lieu qu'en 1728, c'est-à-dire 44 ans après celle s *Principes de la philosophie naturelle* de Newton, elles n'ont aucune utilité. En conséquence, je me bornerai aux princi- ux énoncés. Toutefois, l'explication que donne Huyghens de cistence même de la force centrifuge d'un point fixé sur la cir- ıférence d'un cercle qui tourne autour de son centre, présente ez d'intérêt au point de vue historique pour que nous croyions voir la reproduire.

Cette explication est très compliquée; cependant on va voir 'elle est fondée, comme cela devait être, sur la considération la déviation subie par le corpuscule qui, s'il eût été rendu re à un instant quelconque, aurait suivi la tangente à la cir- ıférence au point où il se trouvait à cet instant.

Pour rendre ses explications plus claires, Huyghens imagine sé et fixé sur une roue horizontale, animée d'un mouvement iforme, un homme tenant à la main un fil à plomb, et il agine que le plomb, à partir d'un certain instant, suive la tan- ıte à la roue qui passerait par les pieds de l'homme, la main cet homme suivant, sans doute, et du même mouvement, le ›mb en question, de façon que le fil reste vertical.

Le mouvement étant uniforme, l'homme parcourt des arcs aux de la circonférence en des temps égaux, et d'un autre côté plomb animé de la même vitesse initiale, et rendu libre, par- urt des distances égales à ces arcs, dans les mêmes intervalles temps, sur la tangente considérée.

Le mouvement relatif du plomb, par rapport à l'homme, traîne donc ce plomb sur une développante de la circonfér de la roue.

Cette développante, à son point origine, est tangente au prolongement du rayon de la roue qui passe par ce point orig Huyghens le démontre par l'absurde; le plomb a donc, au commencement, par rapport à la roue, un mouvement relatif di dans le sens du rayon prolongé; donc il est animé d'une f centrifuge.

D'un autre côté, l'arc de la développante, à l'origine, peut confondu avec la projection de l'arc correspondant du cercl la roue sur le rayon passant par le point origine.

Mais l'arc infiniment petit du cercle est moyen proportio entre le diamètre passant par l'une de ses extrémités et sa p jection sur ce même diamètre; ou bien cette projection est p portionnelle au quarré de l'arc, ou au quarré du temps emp à parcourir cet arc, puisque le mouvement est uniforme; c plomb est actionné par la force capable de produire le mou ment qui vient d'être décrit.

Huyghens, naturellement, ne pousse pas le raisonnement ... puisqu'il ne formule jamais aucune équation, pour les ... que nous avons déjà énoncées bien des fois. Les proposit ... suivront auront précisément pour objet de suppléer au dé ... l'équation qui manque. Mais nous tirerons immédiatem cette équation de ce qui précède, pour le faire mieux c prendre.

Soient r le rayon de la roue et ω sa vitesse angulaire de r tion : l'arc parcouru par l'homme sur la circonférence de roue, pendant le temps infiniment petit θ, à partir du point

plomb s'échappe, est

$$r\omega\theta;$$

rc parcouru dans le même temps par le plomb, dans le sens du
olongement du rayon passant par le point où a eu lieu l'échap-
nent, est, d'ailleurs,

$$\frac{r^2\omega^2\theta^2}{2r}$$

si j est l'accélération du mouvement relatif du plomb,

$$\frac{1}{2}j\theta^2 = \frac{r^2\omega^2\theta^2}{2r}$$

ıc

$$j = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}.$$

Newton n'introduisit ni homme, ni fil, ni plomb, ni dévelop-
ı te; il ne conserva que la déviation.

. Si deux mobiles égaux parcourent dans le même temps des
onférences inégales, les forces centrifuges seront comme les
ons.

I. Si deux mobiles égaux parcourent avec la même vitesse
circonférences inégales, leurs forces centrifuges seront en
son inverse de leurs rayons.

II. Si deux mobiles égaux parcourent des circonférences
lles avec des vitesses inégales, leurs forces centrifuges seront
raison doublée de leurs vitesses.

IV. Si deux mobiles égaux qui parcourent deux circonfé-
ıces inégales ont la même force centrifuge, les temps des par-
ırs seront en raison sous double de celle des rayons.

V. Si un mobile parcourt une circonférence avec la vitesse

qu'il eût acquise en tombant d'une hauteur égale à la moitié rayon, sa force centrifuge sera égale à son poids.

VI. Si un conoïde parabolique a son axe vertical, et qu mobile, placé dans sa concavité, décrive un parallèle de la s face, le temps qu'il mettra à faire un tour entier sera constam égal au temps d'une double oscillation du pendule qui a pour longueur la moitié du *latus rectum* de la parabole génératr

Cet énoncé n'est pas suffisamment clair par lui-mêm Huyghens suppose nécessairement que le mobile qui parc un des parallèles de la surface est animé d'une vitesse capable l'empêcher de descendre, c'est-à-dire telle que la composant la force centrifuge, dans le sens de la tangente à la parab méridienne, soit égale à la composante, dirigée en sens contr de son poids, dans le sens de cette même tangente : c'est-à que, si

$$x^2 = 2py$$

est l'équation de la parabole méridienne, de sorte que la tang au point (x, y) de cette parabole fasse avec la verticale l'a dont la tangente est

$$\frac{p}{x},$$

et si ω est la vitesse angulaire de rotation du mobile,

$$\omega^2 x \frac{p}{\sqrt{p^2+x^2}} = \frac{gx}{\sqrt{p^2+x^2}},$$

ou, en simplifiant

$$p\omega^2 = g.$$

Or, dans ce cas, le temps d'une révolution complète du mobi

$$\frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{p}{g}}.$$

L'existence seule de cet énoncé prouve que Huyghens maniait faitement le théorème de la composition de deux forces, ou la décomposition d'une force en deux autres, suivant des ections données. Mais la proposition comporte une autre arque : p est bien la moitié du *latus rectum* de la parabole

$$y^2 = 2px,$$

sorte que

$$2\pi\sqrt{\frac{p}{g}},$$

bien le double du temps d'une oscillation complète du pene simple qui aurait pour longueur le *latus rectum* de la abole considérée, *en supposant l'angle d'écart infiniment petit*, s quoi le théorème ne serait pas vrai. Huyghens connaissait c la formule de la durée d'une oscillation dans ce cas. On en uve en effet l'équivalent dans son *Horologium*, à la suite de théorie du pendule cycloïdal : après avoir démontré que les illations de ce pendule ont toutes même durée, Huyghens rerque que, si on les suppose très petites, elles ne diffèrent plus de les d'un pendule circulaire dont la longueur serait égale au uble du diamètre du cercle générateur de la cycloïde ; en conséence, il applique à celles-ci ce qu'il avait trouvé pour les autres.

VII. Si deux mobiles suspendus à des fils d'inégales longueurs rivent des circonférences horizontales, et que les hauteurs s cônes engendrés par les fils soient égales, les temps des révoions complètes seront aussi égaux.

Mêmes remarques.

VIII. Si, dans la même hypothèse que précédemment, les uteurs des deux cônes sont différentes, les temps des révolus seront en raison sous-double de celle des hauteurs.

XI. Le temps que met un pendule conique à faire une ré-lution complète est égal à celui qu'un corps mettrait à descendre verticalement d'une hauteur égale à la longueur du fil, lorsque le sinus de l'angle d'écart est au rayon comme le quarré in... est au quarré de la circonférence.

Si un pendule conique décrit une circonférence horizontale, la composante de la force centrifuge suivant la tangente au c... qu'il pourrait décrire dans un plan vertical est égale et con... à la composante de son poids suivant la même tangente; c'est-à-dire que ω désignant sa vitesse angulaire, x sa distance à la verticale du point de suspension, et l la longueur du fil,

$$\omega^2 x \frac{\sqrt{l^2 - x^2}}{l} = g \frac{x}{l},$$

ou

$$\omega^2 \sqrt{l^2 - x^2} = g,$$

d'où

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\sqrt{l^2 - x^2}}};$$

de sorte que le temps d'une des révolutions est

$$2\pi \sqrt{\frac{\sqrt{l^2 - x^2}}{g}}.$$

D'un autre côté, le temps qu'un corps mettrait à descendre d'une hauteur égale à la longueur du fil serait

$$\sqrt{\frac{2l}{g}}:$$

pour que les temps soient égaux, il faut que

$$4\pi \sqrt{l^2 - x^2} = 2l.$$

ésulte, pour le cosinus de l'angle d'écart ou le sinus de l'in-
son du fil sur l'horizon, la valeur

$$\frac{\sqrt{l^2 - x^2}}{l} = \frac{2}{4\pi^2} = \frac{\left(\frac{l\sqrt{2}}{2}\right)^2}{(2\pi l)^2}.$$

I. Si deux poids égaux, suspendus à des fils d'inégales lon-
s, décrivent des cercles tels que les hauteurs des cônes
t égales, les tensions des fils sont entre elles comme les
eurs de ces fils.

II. Si un pendule simple est abandonné à lui-même du
situé sur l'horizontale du point de suspension, il tendra
il avec une force triple de son poids lorsqu'il arrivera au
t le plus bas.

ous ajouterons à cette analyse des travaux d'Huyghens en
nique qu'il avait songé à créer une unité de longueur prise
la nature; il proposa le tiers de la longueur du pendule
le qui bat la seconde et l'appelait *pes horarius* (il ne savait
ncore que cette longueur dépend de la latitude). Il trouva
le rapport de son *pes horarius* au pied de Paris $\frac{881}{864}$. Il
la aussi le chemin parcouru par un corps tombant durant
seconde à Paris et trouva *à peu près* 15 *pieds et un pouce.*

Traité de la Lumière.

ous passons à l'analyse du *Traité de la Lumière.*
uyghens, dans la préface de l'édition de 1690, explique pour-

quoi ce traité est resté inédit jusque-là, quoiqu'il l'eût
en 1678, comme peuvent en témoigner, dit-il, plusieurs sa
Cassini, Rœmer et de la Hire entre autres, qui assistaie
lecture qu'il en fit à cette époque à l'Académie des Scienc
Paris. La cause de ce retard est qu'il avait d'abord écrit
traité en français assez négligemment (*satis negligenter*) et
tenait à ne le publier qu'en latin; ensuite à ce qu'il vo
d'abord le joindre à un traité complet de dioptrique. Il
qu'il ne voit pas quand il pourrait accomplir son projet et
se décide à publier tel quel son *Traité de la Lumière*, de
qu'il ne finisse par se perdre.

Le *Traité de la Lumière* avait donc paru d'abord en
çais, vers 1690, mais je ne sais s'il subsiste quelque exem
de cette édition, dans nos bibliothèques (¹). Le texte que j'
les yeux est celui qu'a donné S'Gravesande en 1728, da
Opera reliqua Hugenii. L'éditeur dit que la traduction
comparée avec soin au texte français et que le sentime
l'auteur a été reproduit partout exactement.

L'ouvrage se termine par une étude des figures des verres
propres à produire tels ou tels effets, mais nous nous bornerons
à la théorie des ondulations elle-même et à l'explication qu'elle
fournit de la réflexion, de la réfraction ordinaire et de la double
réfraction.

Chapitre Premier. — Des rayons directs.

Personne, dit Huyghens, ne peut mettre en doute que
la lumière ne résulte du mouvement d'une certaine matière
et l'on considère que ses rayons ne se contrarient pas lors

(¹) J'ai appris depuis qu'il en existe un à la bibliothèque de la Sor

ıt de points différents et même opposés, on comprendra corps lumineux ne sont pas rendus visibles par l'inter-ı d'une matière qui se rende d'eux à nous; mais par un analogue à celui par lequel le son se propage à travers

ɔn se répand autour du point où il a pris naissance par uvement qui se propage d'une partie de l'air à une autre, ıe vitesse constante, sur la surface de sphères grandissant sse, jusqu'à ce qu'elles atteignent nos oreilles. Il n'est pas x que la lumière ne se propage aussi d'une façon ana-ıar le mouvement d'une matière interjectée. Et si un cer-mps est nécessaire à la lumière pour parvenir à nous (ce prouvé par les observations de Rœmer), il en résulte que vement de cette matière est successif et que, comme pour il se propage par ondes sphériques, ondes dont on a une sous les yeux lorsqu'on jette une pierre dans l'eau.

; si le son et la lumière se propagent de la même manière, éhicules ne sont pas les mêmes; celui de la lumière est bien plus subtil que l'air, plus élastique et dont les agi-sont bien plus rapides.

nt aux ondes qui s'échappent d'un corps lumineux, elles ır centres tous les points de ce corps et il n'y a pas lieu ɔnner de la prodigieuse multitude de ces ondes qui se ıt mutuellement sans se troubler, puisqu'il est certain même particule de matière peut participer à plusieurs tions partant même de points opposés.

reste, le nombre infini des ondes qui se réunissent en point de l'espace est nécessaire pour permettre de com-e comment la lumière d'une étoile, probablement de la

grosseur du Soleil, peut être perçue par nos yeux à une si g distance. Cela tient à ce que ces ondes, parties en même de tous les points de la surface de l'étoile, viennent en temps frapper nos organes, en se confondant presque.

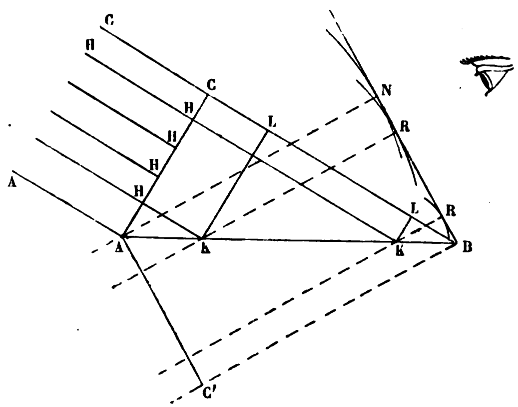
Huyghens explique ensuite pourquoi la lumière suit une droite lorsqu'elle n'est ni réfléchie ni réfractée. Il admet pou que chaque point de la surface d'une onde sphérique de lui-même le centre et la source d'une onde secondaire s'étendant avec la même vitesse que l'onde principale, lui toujours tangente; et que le point de contact commun de principale et de toutes les ondes secondaires parties des d'un même rayon se meut nécessairement en ligne droite l'excitation produite sur l'œil placé sur cette droite est grande dans sa direction que dans toute autre.

Chapitre II. — De la réflexion.

Considérons une petite portion d'une onde sphérique, d centre soit assez éloigné pour qu'on puisse la regarder c plane. Cette onde va tomber sur la surface plane et polie corps non translucide : par la direction d'un des rayons trêmes de l'onde, concevons un plan perpendiculaire à la s réfléchissante; soient AC et AB les traces de ce plan sur l de l'onde et sur la surface réfléchissante : pendant le temps nécessaire à l'ébranlement lumineux pour se transmettre en ligne de C en B, le rayon de l'onde émanant du point A aura la longueur AN égale à CB (la vitesse n'ayant pas été al pendant le même temps, le rayon parti de H continuera d son chemin en ligne droite jusqu'en K, puis le rayon de l' secondaire émanant de K a[illegible] la longueur KR,

.B, etc.. Or la ligne BN, égale à AC et également inclinée elle sur le plan réfléchissant, sera tangente à tous les cercles résentant les ondes émanées des points A, K, K... Cette ite sera donc le lieu d'ébranlements plus considérables que tout ailleurs, de sorte que l'œil, placé au delà, sera affecté

Fig. 2.

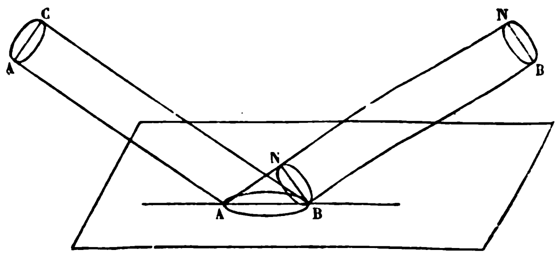


mme si BN était lumineuse, ou, plutôt, comme si l'objet aineux, au lieu d'être placé au bout des droites CC, HH, AA, ait au bout des droites NA, RK, RK....

A la vérité, ajoute Huyghens, on pourrait objecter que, puisque ondes sont sphériques, toutes les arêtes du cône engendré BN tournant autour de BA leur seraient aussi bien tan-ntes. Mais, et c'est ce qui expliquera pourquoi le rayon incident le rayon réfléchi sont toujours dans un même plan per-ndiculaire au plan réfléchissant : ce n'est pas la section recti-gne AC de l'onde qui produit une impression sur l'œil; il faut ujours une certaine largeur à une portion d'onde pour produire

un effet. On doit donc supposer, dans la démonstration pr
dente. la ligne AC remplacée par une certaine surface, ci
laire par exemple : les rayons partis en même temps de tous
points de cette surface tomberont successivement sur le p
réfléchissant, et toutes les ondes sphériques qui naîtront

Fig. 3.



points d'incidence, placés à l'intérieur de l'ellipse AB, a
un seul plan tangent commun BN.

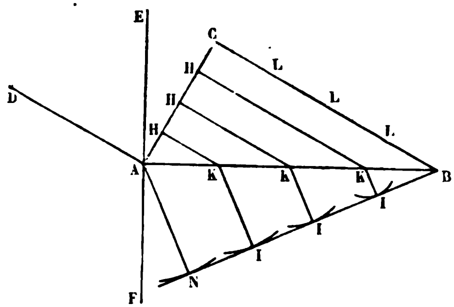
Chapitre III. — De la réfraction.

Comme la réfraction de la lumière doit dépendre d
manière dont les ondes lumineuses se propagent de l'air dans
corps, même solides, Huyghens rassemble d'abord toutes les
sons qu'il peut trouver pour faire admettre la présence de l'é
dans tous les milieux, et dans des conditions telles qu'il puis
prendre isolément les mêmes mouvements vibratoires aux
ont été attribuées, dans ce qui précède, les excitations lu
neuses. Il dit entre autres choses que les pores des corps les
durs occupent un volume bien plus considérable que la ma
elle-même

ous passons ces détails, parce que, même aujourd'hui, *adhuc judice lis est.*

oient AB une droite qui représente la surface de séparation e de deux milieux diaphanes, EF la normale à cette surface, la trace sur une onde, supposée plane, d'un plan passant par ormale EF et parallèle aux rayons incidents : pendant le ps que le rayon parti de C mettra à parvenir en B, l'onde

Fig. 4.



ndaire, ayant pour centre A, qui se propagera dans le milieu é au-dessous de AB, acquerra un rayon AN différent de CB, oindre par exemple, si la vitesse de propagation de la lumière s le milieu inférieur est moindre que dans le milieu supér. De même le rayon parti de H arrivera en K au moment celui qui est parti de C arrivera en L, et pendant le temps que ttra ce dernier rayon à venir en B, le rayon de l'onde seconre, ayant pour centre K, qui se propagera dans le milieu érieur, atteindra la longueur KI; toutes les circonférences vant lesquelles le plan normal EAB coupera les ondes sphéues secondaires, auront pour tangente commune BN : cette gente sera donc le lieu d'ébranlements lumineux plus consi-

dérables que partout ailleurs. L'onde, dans le second milieu, a
donc sa surface représentée par NB, ou bien les rayons i
dents HK seront réfractés suivant KI.

Les angles des rayons incident et réfracté avec la nor
sont CAB et ABN, dont les sinus sont entre eux comme
et AN, donc les sinus des angles d'incidence et de réfrac
sont entre eux comme les vitesses de propagation de la lum
dans les deux milieux.

Huyghens explique ensuite le phénomène connu sous le n
de réflexion totale ou intérieure; mais, l'explication étant
même dans toutes les théories, nous la passons.

Nous passons également le Chapitre IV intitulé : *De la réf-
tion atmosphérique.*

Chapitre V. — De la merveilleuse réfraction qui s'observe dans le cristal d'Islande.

Il y aurait presque outrecuidance à vouloir louer une œ
à laquelle étaient nécessaires au plus haut degré les qualités
plus remarquables : la faculté d'observer utilement, c'est-à-
de discerner les points sur lesquels l'étude doit porter; l'a
disposer les expériences de manière à obtenir des résultats s
samment exacts, avec des instruments encore bien imparfa
enfin la perspicacité dans le choix de l'hypothèse propre à ren
compte des faits et la persévérance à contrôler cette hypoth
une fois admise, jusque dans ses conséquences les plus éloign

Huyghens dit simplement : « *Ubi explicueram refractio
diaphanorum vulgarium, ex emanatione sphærica luminis,
supra, memet iterum applicui ad examinandam hujusce cr
talli naturam, quæ antea plane me fugerat.* »

« Aussitôt que j'eus expliqué la réfraction ordinaire par la propagation des ondes sphériques, je m'appliquai à examiner les propriétés de ce cristal, qui, auparavant, m'étaient entièrement inconnues. »

Je pensai que les étonnantes réfractions que produit ce corps étaient d'autant plus dignes d'une soigneuse étude que seul il ne suit pas les règles usuelles, relativement aux rayons qui le traversent. Et j'étais poussé par une nécessité d'autant plus impérieuse à appliquer mon esprit à cette étude que les conditions dans lesquelles se fait la réfraction, dans ce cristal, semblaient renverser de fond en comble ma théorie des réfractions ordinaires. Et au contraire elle la confirme entièrement (*non parum*), puisqu'elle s'explique par les mêmes principes.

Voici d'abord les résultats des observations de Huyghens; ils diffèrent sensiblement de ceux auxquels Erasme Bartholin était parvenu par des moyens beaucoup plus primitifs. Nous n'entrons dans le détail d'aucune expérience.

Le cristal peut être clivé de manière à former un parallélépipède oblique à six faces égales. Les angles obtus de chaque face sont de $101^\circ 52'$ et par conséquent les autres sont de $78^\circ 8'$. (Les mesures plus modernes donnent $101^\circ 54'$ et $78^\circ 6'$.)

Deux angles trièdres opposés sont formés chacun de trois angles plans obtus, les six autres le sont d'un angle obtus et de deux angles aigus.

Le cristal d'Islande est sans couleur et aussi transparent que l'eau ou le cristal de roche.

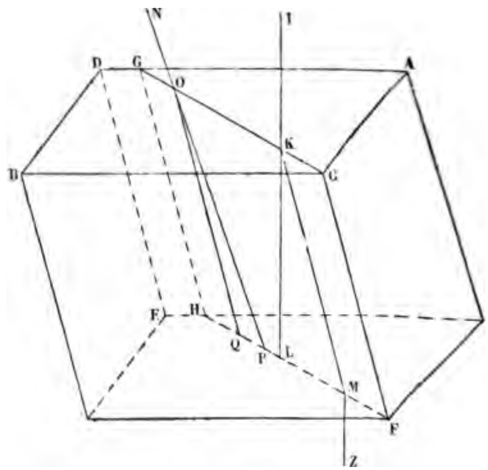
Les autres corps diaphanes ne présentent qu'une seule et simple réfraction; dans celui-ci, on en observe deux différentes, c'est-à-dire que les objets vus à travers paraissent doubles, ou qu'un

rayon de soleil tombant sur l'une des faces se divise en deux, q
traversent séparément le cristal.

C'est une loi générale pour tous les autres corps qu'un ray
tombant perpendiculairement sur une face ne subit aucune réfra
tion, tandis que tout rayon oblique est toujours rompu. Dans
cristal d'Islande, un rayon perpendiculaire est brisé, tandis q
certains rayons obliques le traversent sans déviation.

Soient, dit Huyghens, C (*fig.* 5) l'un des trièdres formés
trois angles plans obtus, CG la bissectrice de l'un d'eux, BCA

Fig. 5.



et GCFH la section faite dans le cristal par le plan mené par C
perpendiculairement à la face ACDB : Cette section ou tout
autre parallèle prendra le nom de section principale du crista
Cela posé, un rayon incident IK, perpendiculaire à la face ACB
se divisera en deux égaux (*bifariam dividetur*), l'un de ces deu

continuera sa route en ligne droite suivant KL et sortira définitivement dans la même direction, tandis que l'autre se dirigera d'abord suivant KM et sortira suivant MZ parallèle à IK.

D'autre part, si un rayon NO (toujours contenu dans le plan GCFH) fait avec CG un angle de 73°20′, il sera divisé en deux autres dont l'un traversera le cristal dans la direction OP du prolongement de NO, tandis que l'autre se réfractera suivant OQ.

Enfin tous les rayons dirigés autrement que suivant IK ou NO, mais dans le plan GCF, resteront dans ce plan, après s'être divisés, ce qui n'arriverait plus s'ils étaient compris dans d'autres plans normaux à ABCD, mais non parallèles à GCF, comme il sera dit plus tard.

Je m'attachai d'abord, continue Huyghens, à étudier celui des rayons réfractés qui paraissait suivre les lois ordinaires; je constatai que la loi des sinus se vérifiait toujours exactement, et que le rapport était de 5 à 3, bien plus grand que dans les autres cristaux ou dans le verre, (Huyghens indique les moyens qu'il a pris pour faire ces vérifications); quant à l'autre rayon je constatai que le rapport des sinus variait avec l'inclinaison du rayon incident.

Mais j'aperçus alors cette loi remarquable (*notabilem regulam*) que si deux rayons tels que SK et VK dirigés dans le plan principal GCFH (*fig.* 6) étaient également inclinés sur la normale, les rayons extraordinaires KX et KT, qui en provenaient, allaient rencontrer la base FH de la section en des points X et T également distants du point M, par où passerait le rayon extraordinaire provenant du rayon normal IK.

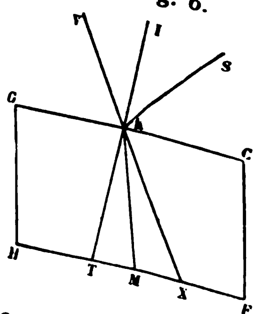
Huyghens indiquera plus tard les autres observations qu'il a faites sur la marche d'un rayon à travers le cristal d'Islande; il se

borne d'abord à ce qui se passe dans l
va en chercher l'explication.

Les ondes lumineuses qui se propa
peuvent plus être supposées sphériques
suffira d'en modifier légèrement la figure
tous les faits : il n'est porté à les supposer
simplicité de l'hypothèse, mais cette hypoth
leusement à tous les faits.

Il remarque d'abord que, quel que soit le p

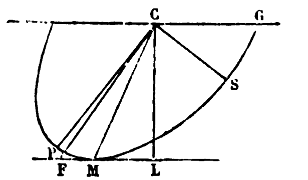
Fig. 6.



tal qui devienne le centre d'un ébranlement, l'o
aura toujours la même figure; que la surface de
être coupée en deux parties symétriques par le pl
CH, par exemple; mais que les trois sections pr
t par le point C, ou tout autre point considéré co
d'un angle trièdre égal et parallèle à CABF
t exactement des mêmes propriétés; que par consé
e de l'onde doit être symétrique par rapport à chacu
ces trois sections; qu'il y a donc lieu de la suppos
autour de l'intersection commune de ces trois pl

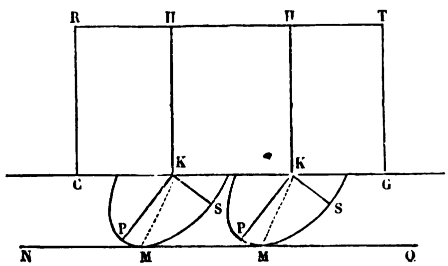
mine la position de cet axe de révolution et trouve qu'il
c CG, par exemple, (*fig.* 5), un angle de 45° 20′.
idérons donc la section par le plan principal GCF de la
d'une onde ayant son centre en C : cette section (*fig.* 7)
ne ellipse ayant l'un de ses axes CS incliné de 45°20′

Fig. 7.



G, et l'autre dirigé suivant CP. Il s'agit avant tout de
niner le rapport des axes CS et CP, qui est le rapport in-
des vitesses de propagation de la lumière dans les deux sens
axes. Une seule observation y suffira :
TR (*fig.* 8) la section par le plan GCF d'une onde formée

Fig. 8.



s rayons dirigés dans le plan GCF perpendiculairement à
haque rayon HK en parvenant à la surface du cristal donne

naissance à une onde semblable à CGSFP (*fig.* 7); toutes ondes ont pour tangente commune, dans le plan GCF, droite QN parallèle à TR, qui est la trace du même plan sur la surface de l'onde transmise dans l'intérieur du cristal. Si le point de contact de QN avec l'onde secondaire dont le c est K. Le rayon incident HK se réfracte donc extraordinair suivant KM.

Mais l'expérience donne l'angle de KM avec le prolong de HK; cet angle est de 6°40′, on connaît donc, dans la *fi* l'angle MCLCL (étant perpendiculaire à CG et LM représ la tangente menée à l'ellipse SCP parallèlement à GC. C ellipse est donc déterminée de figure : Huyghens trouve qu

CM étant représenté par	100 000
CP l'est par	105 032
CS par	93 410
et CG par	98 779

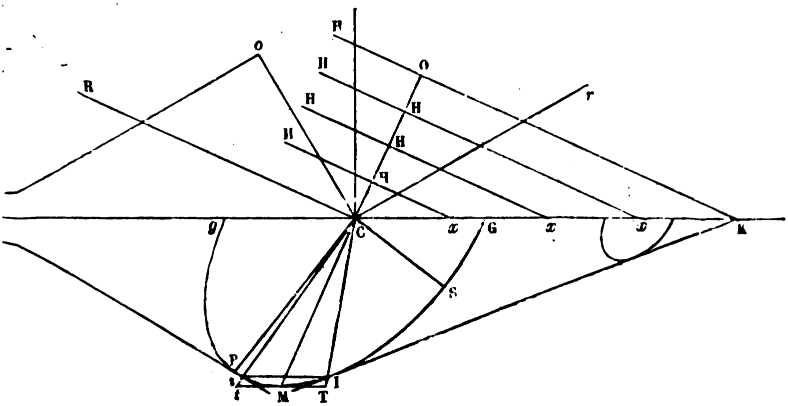
Ainsi CS est le petit axe et l'onde ellipsoïdale est engendr l'ellipse SCP tournant autour de son petit axe SC.

Considérons maintenant un rayon contenu toujours da plan principal GCF de la figure 6, mais tombant obliqu sur la surface du cristal; soient (*fig.* 9) RC ce rayon et GS la section, par le plan de la figure, de l'onde qui se sera fo autour du point C, dans le cristal, au bout d'un certain te Pour construire le rayon réfracté CI, il faudrait connaî point K où la tangente en I viendrait couper CG. Cette droi serait aussi tangente aux sections, par le même plan, des sphéroïdales, qui se seraient formées pendant le même autour des centres x, points d'incidence des rayons HH p

es à RC, l'onde qui tendrait à se former autour du point K ayant encore pris aucun développement : c'est-à-dire, OK étant chemin parcouru par la lumière, en dehors du cristal, pendant temps nécessaire à l'onde formée autour du point C pour atindre le développement GSMPg.

Ainsi cette longueur OK serait nécessaire à connaître : elle

Fig. 9.



sultera d'observations qui seront faites plus tard. Huyghens ppelle N, c'est actuellement une donnée hypothétique. Sa loneur est de 156962 des parties dont CM contient 100000, mme on le verra plus tard.

En résumé, si l'on mène du point K, déterminé par la loneur OK, la tangente KI à l'ellipse GSMPg, CI sera le rayon RC fracté.

Considérons un autre rayon rC, placé de l'autre côté de la norale en C : on déterminera de la même manière sa marche à travers cristal en élevant Co perpendiculaire à Cr, inscrivant ok égale

à N, dans l'angle oCk, perpendiculairement à Co, et menan
point k la tangente ki à l'ellipse gPMSG. Ci sera le rayon
fracté.

Cela posé, si les rayons incidents CR et Cr sont égale
inclinés sur la normale en C, CK et Ck étant égales, les c
données des points I et i, rapportés aux deux diamètres conju
CG et CM, seront respectivement égales, Ii sera parallèle à G
divisée en deux parties égales par CM; les rayons réfractés
Ci iront donc percer la tangente en M en des points T, t, é
ment distants de M. En d'autres termes : deux rayons cont
dans le plan principal, tombant en un même point de la s
supérieure du cristal, et également inclinés sur la normale
point, se réfractent, extraordinairement, dans le plan prin
et vont percer la face inférieure du cristal en deux points
lement éloignés de la trace, sur cette même face inférieu
chemin qu'aurait suivi dans le cristal un rayon normal
trant au même point et réfracté extraordinairement; l'hyp
admise s'accordait donc merveilleusement avec une loi re
quable, reconnue expérimentalement.

Quant à la loi même suivant laquelle se fait la réfra
extraordinaire, elle résulte de la construction : décrivons u
cle sur Gg comme diamètre, marquons le point R où le
incident RC rencontre ce cercle et comparons les coordo
orthogonales de R dans ce cercle, et les coordonnées du p
dans l'ellipse, supposée rapportée aux diamètres conjugu
et CM (*fig.* 10).

Les deux triangles rectangles RCV et CKO étant sembl

$$\frac{CV}{CR} = \frac{KO}{CK};$$

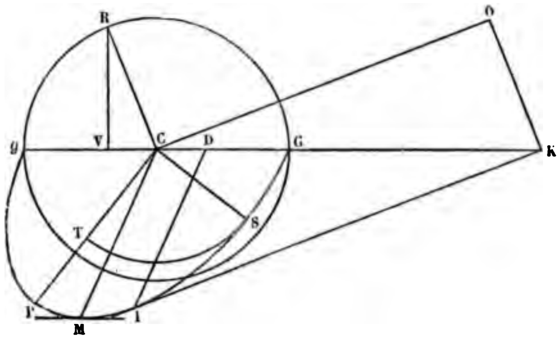
en remplaçant CR par CG et KO par N,

$$\frac{CV}{CG} = \frac{N}{CK};$$

is, en raison d'une propriété connue de la tangente à l'ellipse,

$$\overline{CG}^2 = CD \times CK,$$

Fig. 10.



ù

$$CK = \frac{\overline{CG}^2}{CD};$$

en substituant à CK sa valeur,

$$\frac{CV}{CG} = \frac{N.CD}{\overline{CG}^2},$$

ù

$$\frac{CV}{CD} = \frac{N}{CG};$$

st-à-dire : l'abscisse du point R dans le cercle gRG, rapporté diamètre gG et au diamètre dirigé suivant le rayon qui tom-ait normalement, est à l'abscisse du point I dans l'ellipse

gPSG, rapportée au même diamètre gG et à son conjugué est le rayon normal réfracté, comme la vitesse de propagation la lumière dans l'air est à la vitesse de propagation de l'onde le cristal, évaluée parallèlement à CG. — Cette loi reprodu évidemment celle des sinus, si l'onde ellipsoïdale rede sphérique, c'est-à-dire si CS redevenait égal à CP.

Ajoutons encore, dit Huyghens, que pendant le temps que l'onde ellipsoïdale, qui produit la réfraction extraordinai acquérir les dimensions de l'ellipse GSPg, l'onde sphéri laquelle est due la réfraction ordinaire atteindrait justem dimension de la sphère décrite de C comme centre avec CS rayon. Il parvient à ce résultat par la considération de la d tion, obtenue expérimentalement, de la portion du rayon RC est réfractée ordinairement. Effectivement, le rayon ré ordinairement étant connu, on peut en déduire la grandeur rayon du cercle de centre C, auquel il faudrait mener une ta du point K, pour que le rayon mené au point de contact cidât avec le rayon réfracté. Huyghens fait le calcul, trouve CS satisfait à la condition et conclut : « *Itaque parum et nil abest quin sit sphæra* ST *quam facit lumen pro refr regulari in crystallo, dum ibidem sphæroidem* GSPg *pro refractione irregulari et dum sphæram radio* N *extra crystallum.* » C'est-à-dire : c'est pourquoi il s'en f peu et probablement de rien que ce ne soit la sphère ST que la lumière, pour la réfraction ordinaire dans le cristal, p qu'elle produit le sphéroïde GSPg, pour la réfraction irrég et la sphère de rayon N dans l'air.

Huyghens a déjà dit que l'expérience montre qu'un rayo fait avec CG, dans le plan principal, l'angle de 73° 20' tra

al sans subir de déviation. On pourrait chercher directement
ayon en se servant de la loi suivant laquelle se fait la réfrac-
extraordinaire, c'est-à-dire de la proportion

$$\frac{CV}{CD} = \frac{N}{CG};$$

ffirait d'y ajouter la condition que les angles du rayon inci-
rC et du rayon réfracté Ci (*fig.* 9) avec la normale au point C
nt égaux. Mais Huyghens se borne à déterminer la direction
ayon extraordinaire provenant du rayon qui fait avec CG
le de 73° 20′, fourni par l'expérience; c'est-à-dire qu'il cal-
l'angle iCg, et constate qu'il est bien égal à 73° 20′.

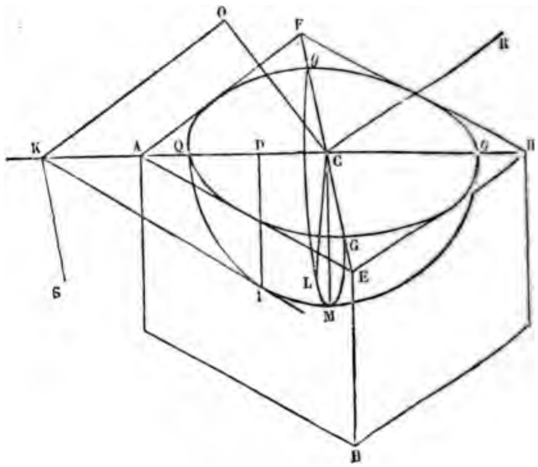
squ'ici, le rayon incident a toujours été supposé dans le plan
cipal; Huyghens va maintenant le supposer dans un plan
conque perpendiculaire à la face ACBD (*fig.* 5) du cristal.
il examine d'abord le cas où ce plan serait perpendiculaire
an principal. En supposant le cristal clivé de façon que sa
supérieure soit un losange exact, ce plan passera par les som-
des deux angles aigus du losange.

it AFHE (*fig.* 11) ce losange dont les angles F et E sont les
s obtus, A et H les angles aigus, le plan considéré est donc
n mené par AH perpendiculairement à la face AFHE. Soit
rayon incident :

branlement lumineux parvenu en C va se propager dans
stal suivant une onde ellipsoïdale que nous connaissons déjà,
u'elle est de révolution autour de la parallèle à l'axe du
l menée par le point C, et que nous connaissons, par ce qui
de, la figure de sa section méridienne par le plan FEB. Sup-
s pour fixer les idées que cette onde ait déjà pris un déve-

loppement tel que sa section par le plan FEB soit inscrit
le losange AFHE. Soit QGqg cette section; figurons au
section de la même onde par le plan principal FEB; soit GM
cette section, où CL représente la normale au plan AEHF et
la direction dans laquelle se réfracterait extraordinairement

Fig. 11.



rayon normal tombant en C, l'angle LCM est de 6° 40';
l'axe de révolution de l'ellipsoïde est dans le plan GMLg
est perpendiculaire à ce plan; QC est donc un second axe de
lipsoïde et il est égal au troisième, qui était représenté par
dans la *fig.* 9 par exemple; le rapport de Gg à Qq est
connu par ce qui précède; c'est celui de 98 779 à 105 032.

Ainsi l'onde ellipsoïdale qui nous occupe est parfaite
connue, mais remarquons encore que le plan tangent à
onde en M serait parallèle à la face AFHE. En effet, com
point est sur une méridienne, le plan qui y touche la surf

pendiculaire au plan méridien, c'est-à-dire parallèle à AH, et de .s nous savons que la tangente en M est parallèle à G*g* (*fig.* 9).
Cela posé, soit toujours N le chemin que parcourrait en ligne ite la lumière, dans l'air, pendant le temps nécessaire à l'onde ur acquérir le développement considéré, dans le cristal; élevons C, dans le plan RCH, une perpendiculaire CO à CR, insérons ns l'angle OCA la perpendiculaire OK à OC, ayant la longeur N, ce qui fera connaître le point K, puis menons KS parale à *g*G : si par KS nous menons un plan tangent à la surface l'ellipsoïde, le point de contact I appartiendra au rayon réfracté 3, ainsi, sera dirigé suivant CI.

Or ce point I est facile à obtenir par les considérations suintes : puisque les axes de l'ellipse QG*qg* sont Q*q* et G*g*, les ngentes qu'on lui mènerait en Q et en *q* seraient parallèles G*g*; d'un autre côté, la tangente en M à l'ellipse GML*g* est ssi parallèle à G*g*, donc si par les trois points Q, M, *q* on fait sser un plan, la section de la surface de l'onde par ce plan a la courbe de contact du cylindre circonscrit à cette surface, rallèlement à G*g*, et par conséquent elle contiendra le point erché I.

Mais cette section QM*q* est complètement déterminée puisqu'on connaît les deux demi-axes QC et CM, de grandeur et de position; et si l'on veut avoir le point I, il n'y a qu'à prendre la isième proportionnelle DC à KC et à QC et à mener DI parale à CM. Le point I étant ainsi construit, CI sera le rayon racté extraordinairement que produira RC.

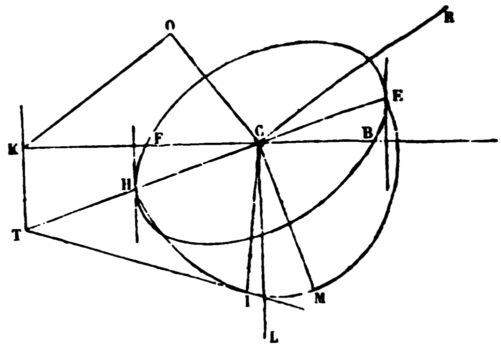
Ainsi le rayon réfracté, dans ce cas, est contenu dans le plan CM, c'est-à-dire qu'il est en dehors du plan d'incidence RCL. est à remarquer que, si le rayon incident se déplaçait dans le

plan RCL, le rayon réfracté extraordinairement resterait dans le plan QMq.

Considérons enfin un rayon RC (*fig.* 12) dirigé d'une manière quelconque, par rapport à la même face supérieure du cristal.

Figurons encore l'ellipse d'intersection de cette face par l'onde formée autour du point C, au bout d'un certain temps : soient BF la projection orthogonale de CR sur le plan de cette ellipse,

Fig. 12.



CO la perpendiculaire à CR dans le plan RCB, et OK la perpendiculaire à OC, dont la longueur soit le chemin N que la lumière parcourrait en ligne droite, dans l'air, pendant le temps nécessaire à l'onde pour acquérir le développement supposé; et soient toujours CL le rayon vertical de l'onde et CM la direction suivant laquelle un rayon vertical tombant en C se réfracterait extraordinairement : pour obtenir le rayon extraordinaire provenant de RC, il faudrait, par la droite KT, qui est la perpendiculaire à BFK, contenue dans le plan de la face supérieure, mener un plan tangent à la surface de l'onde et joindre le point de contact I au point C.

r le point I se trouvera comme précédemment; en effet, si mène à l'ellipse CBF deux tangentes parallèles à KT, qui la hent en H et E, comme la parallèle à KT menée par le t M serait aussi tangente à la surface de l'onde, puisque le mené par M parallèlement au plan de la face supérieure du l serait tangent en ce point M à la surface de l'onde, il en te que la section de l'onde par le plan HME serait la courbe ntact, avec cette onde, du cylindre qui lui serait circonscrit lèlement à KT; donc le point cherché I se trouvera sur cette n HME. Par conséquent, si l'on mène la tangente TI à section, CI sera le rayon RC réfracté extraordinairement.

nme dans le cas précédent, la même section HME servirait tous les rayons contenus dans le même plan d'incidence RC. On voit d'ailleurs que le rayon extraordinaire ne se era jamais dans le plan d'incidence.

ous resterait à expliquer comment Huyghens obtient la eur N, ou plutôt son rapport à un rayon désigné de l'onde oïdale, mais la question ne présente aucune difficulté théo-; dans la *fig.* 9, par exemple, l'ellipse *g*PMSG est abso-nt déterminée, si l'on suppose que le point M se trouve sur e inférieure du cristal. Or, si l'on se donne le point T sur face inférieure, et qu'on cherche à l'apercevoir dans une tion passant par C, on connaîtra CR; d'un autre côté, ayant sur le papier l'ellipse *g*MG et ayant marqué le point T, on a qu'à joindre CT pour avoir le point I; menant alors la ente en I à l'ellipse, on connaîtra le point K, duquel on ssera KO perpendiculaire à la droite CO, qu'on aura menée endiculairement à la ligne CR, préalablement rapportée sur pier : OK aura la longueur N. Au lieu d'une construction,

on pourrait aussi bien faire un calcul. Nous n'insistons parce que, du temps d'Huyghens, les résultats des mesur pouvaient être que très peu approchés.

Tous les faits étant soumis à une même théorie, il n s'assurer que les résultats d'observations directes concord exactement avec les prévisions fournies par les règles dédu cette théorie; un certain nombre fort restreint d'expéri avaient servi à déterminer les constantes indispensables formuler les lois : toutes les autres expériences devaient des résultats identiques à ceux que les lois formulées pou fournir au moyen de calculs ou de constructions.

Huyghens n'avait pas manqué, dans le cours de ses rech théoriques, de soumettre ses inductions à de nombreuses cations; mais, une fois en possession de si belles lois, il d'autant plus vivement, le besoin de les comparer de to manières possibles aux faits eux-mêmes, pour leur obte assentiment universel.

C'est dans cette nouvelle tâche qu'il se montre ph accompli, choisissant toujours, avec l'habileté la plus quable, les moyens les plus avantageux de disposer les vations pour obtenir les approximations les plus grandes le faible secours des instruments de mesure dont il pouva poser.

Investigavi, dit-il, *hunc in modum singulatim phæn quæque refractionis irregularis hujusce crystalli, ut c fierem an ea omnia, quæ ex hypothesi nostra sequuntur, observationibus revera convenirent. Quod cum ita sit, mediocre argumentum est veritatis principiorum nostrorum*

est-à-dire :

J'ai examiné un à un, de cette manière, tous les phéno-es de réfraction singulière présentés par ce cristal, afin de surer que tous ceux qui résultent de mon hypothèse s'accor-parfaitement avec les observations. Et comme il en est , ce n'est pas un médiocre argument en faveur de la vérité es principes. »

n seulement il multiplia les observations sur le cristal nde, qu'il tailla ensuite de toutes les manières possibles, varier les moyens de vérification, mais comme il soup-ait avec raison que les propriétés de ce cristal ne devaient i appartenir exclusivement, il étendit ses recherches à un d nombre d'autres pierres transparentes, et vérifia que, ses prévisions, beaucoup d'entre elles présentaient des phé-nes analogues, avec cette différence que le rayon extraor-re se distinguait souvent avec peine du rayon ordinaire.

beau et grand travail aurait dû fixer immédiatement iration; mais il devançait peut-être encore plus l'époque où ut que le Traité d'Archimède sur l'équilibre d'un conoïde bolique flottant.

eureusement, l'impression l'a sauvé de l'oubli, tandis que le té d'Archimède ne nous est parvenu que mutilé et défiguré es copistes et les traducteurs.

ous avons déjà dit que Huyghens avait découvert les pre-rs phénomènes de polarisation. Voici comment il y parvint : plaça deux prismes de spath l'un sur l'autre, de façon que mière dût les traverser successivement.

l observa alors le phénomène suivant : lorsque les deux mes avaient leurs sections principales parallèles, les rayons

qui sortaient du premier traversaient le second sans être mod
c'est-à-dire que chaque rayon restait ordinaire ou extraordi
Mais lorsque les sections principales étaient rectangulair
rayon qui avait subi l'une des deux réfractions dans le pr
prisme subissait l'autre dans le second. Enfin, si l'un des
prismes était placé, par rapport à l'autre, dans une position i
médiaire aux deux précédentes, chacun des rayons qui sorta
premier prisme se divisait en deux dans le second, ce qui do
ainsi quatre rayons d'éclats inégaux.

Huyghens ne put expliquer ces nouvelles particularités;
contenta de signaler le fait, qui, du reste, resta presque inc
jusqu'au moment où Malus s'en occupa et le rattacha aux
propriétés de la lumière polarisée.

Tout porte à croire que Huyghens supposait aux mouvem
vibratoires de l'éther la direction même du rayon lumineu
ne s'explique pas à cet égard. On sait que, pour expliquer
phénomènes de polarisation, Fresnel et Arago reconnurent
nécessité de supposer aux vibrations une direction perpendi
laire au rayon : on comprend donc que Huyghens n'ait pas
expliquer les derniers phénomènes qu'il avait observés.

L'étude que j'ai faite des ouvrages de Huyghens m'a ins
pour son génie une admiration telle que je craindrais de dire
sentiment tout entier. Mais je trouve dans l'*Histoire de*
Physique de Poggendorff des appréciations qui se rappro
tellement des miennes que je ne résiste pas à la tentation
les reproduire :

« Les explications données par Huyghens de la réflexion e
la réfraction de la lumière dans les milieux non cristallisés,

de la bifurcation des rayons dans le spath et dans les cristaux ·lables, étaient si complètes, qu'il semble que sa théorie .t dû être acceptée avec empressement par les physiciens de emps. Ce fut le contraire qui arriva. La fatalité voulut que, jues années plus tôt, son grand contemporain et son rival, ton, s'appuyant surtout sur les recherches qu'il avait faites es prismes, et sans doute aussi encouragé par le succès de sa ie de la gravitation, établît ou prît sous sa protection une ·ie de la lumière directement opposée .... Cette théorie ›lit bientôt d'une manière inébranlable dans tous les esprits. ›nne, soit par timidité, soit par respect pour l'auteur, n'osa r le moindre doute sur son exactitude.

C'est alors que Huyghens parut avec sa théorie des ondula-, et celle-ci, qui dans toute autre circonstance aurait trouvé ·artisans, demeura complètement méconnue.

On s'explique que Newton et ses contemporains aient à ce t méconnu le mérite de Huyghens. Mais ce qu'on ne conçoit c'est que la postérité ait continué cette injustice; c'est que, .ant plus d'un siècle, il ne se soit pas trouvé un homme qui ·it donné la peine d'étudier à fond la théorie de Huyghens : la comparer à celle de Newton. C'est là certainement une : dans l'histoire de la Physique et une preuve éclatante de uence funeste que peut exercer un grand esprit sur les géné-ns qui lui succèdent, lorsque son autorité va jusqu'à em-er toute recherche impartiale.

La théorie des ondulations n'est pas, il est vrai, aussi solide-t établie que celle de la gravitation, en ce qu'elle repose sur ;tence *hypothétique* d'un fluide élastique impondérable, er, qui remplirait tout l'espace. Mais, à tout autre point de

vue, elle peut rivaliser avec la théorie de la gravitation, q surpasse même sous beaucoup de rapports. Elle donne, en de la plupart des phénomènes lumineux une explication aussi complète que celle que la théorie de la gravitation d des mouvements des corps célestes, et, d'un autre côté, les p mènes lumineux que la théorie des ondulations expliqu beaucoup plus nombreux et plus variés que les phénomènes présentent les mouvements des corps célestes, phénomènes sont tous du même ordre ([1]). »

Et Poggendorff, dans les hommages qu'il rend à Huyg ne tient pas compte des découvertes mécaniques de ce homme!

([1]) L'*Histoire de la Physique* de Poggendorff a été très bien tra français par MM. Bibart et de la Quesnaie, professeurs agrégés de l'U sité. J'y trouve quelques défauts : beaucoup trop de détails et be trop peu de théorie (les deux grands travaux d'Huyghens sont rés trois pages et les moindres en une multitude). J'y trouve aussi q erreurs : Cardan est présenté comme l'inventeur du calcul des imag auquel il n'avait rien compris ; Galilée l'est comme l'inventeur du p de l'indépendance des effets des forces simultanées ; la longueur d dule simple isochrone à un pendule composé y est formulée par

$$\frac{\Sigma mr^2}{\Sigma mr};$$

etc; j'y remarque aussi quelques omissions : les articles relatifs à Fer Bombelli ne mentionnent pas, le premier, la résolution de l'équ quatrième degré, et, le second, celle du cas irréductible.

Mais il n'y a pas d'ouvrage sans défauts, et, en somme, l'*Histoi* *Physique* de Poggendorff est très bonne et très intéressante à lire. Ce jugements paraissent contestables, mais l'ouvrage contient les do nécessaires pour les réformer au besoin.

BARROW (ISAAC).

(Né à Londres en 1630, mort en 1678.)

sita, de 1655 à 1659, la France, l'Italie, l'Asie Mineure et ntinople.

etour en Angleterre, il fut nommé d'abord professeur de Cambridge (1660), puis successivement professeur de phiie à Gresham (1662), membre de la société royale de Lon-663) et professeur de Mathématiques à l'Université de idge (1664), où il eut pour élève Newton, à qui il céda sa en 1669.

principaux ouvrages sont : *Lectiones opticæ et geometricæ* , *Lectiones habitæ in scholis* (1684) et des traductions imède, d'Euclide, d'Apollonius et de Théodose.

'occupa beaucoup de théologie à partir de 1669, devint ain de Charles II en 1670 et chancelier de l'Université de idge en 1675 ; il fut inhumé dans l'église de Westminster.

méthode pour la détermination des tangentes mérite un n spécial.

point de vue des anciens, la tangente à une courbe en un points était la droite menée de ce point en dehors de la , c'est-à-dire, dans le langage moderne, située tout entière, moins dans une certaine étendue à partir du point de cont dans les deux sens, du côté de la convexité de la courbe. estion, pour les anciens, consistait donc à tirer du procédé ique fourni par la définition de la courbe pour en construire les points successifs, la condition pour que ces points fussent tous d'un même côté d'une droite menée par le point où l'on it obtenir la tangente. C'est ainsi que procédèrent Euclide

pour la détermination de la tangente au cercle, Archim[illegible] Apollonius pour la construction des tangentes aux coniq[illegible] cette méthode subsista seule jusqu'à Descartes.

La méthode de Descartes pour la détermination des tang[illegible] telle qu'elle est exposée dans sa *Géométrie*, ne doit pas être [illegible] en elle-même. C'est un impromptu que l'auteur a négligé [illegible] placer par une méthode plus simple, plus naturelle et fon[illegible] les mêmes principes, dont la substitution ne lui aurait [illegible] aucune peine; mais Descartes avait toujours hâte d'aband[illegible] les questions résolues et de marcher en avant; d'ailleurs, [illegible] jamais professé, c'est-à-dire il n'a jamais eu à rechercher la [illegible] plus simple pour produire l'évidence.

Quoi qu'il en soit, cette méthode, développée aussitôt p[illegible] disciples du maître et ramenée au degré de simplicité qu'elle [illegible] porte pouvait être considérée comme donnant la solution co[illegible] du problème des tangentes aux courbes algébriques, mais [illegible] fournissait rien relativement aux courbes transcendant[illegible] méchaniques.

La méthode de Fermat consistait à déterminer la norm[illegible] courbe par la condition que la distance d'un point de l'ax[illegible] (qui serait alors l'extrémité de la normale), au point donn[illegible] courbe, fût un maximum ou un minimum. Cette méthod[illegible] indirecte et moins simple que celle de Descartes, avait les [illegible] inconvénients, relativement aux courbes transcendantes.

Roberval était revenu en partie à la méthode des ancien[illegible] transformant toutefois d'une façon heureuse, par la substi[illegible] du mode continu de génération de la courbe à la manière [illegible] construire par points isolés, ce qui était un nouvel achemin[illegible] vers la méthode infinitésimale.

ıis la méthode de Roberval était bien difficile à appliquer nent.

la vérité, dans la question spéciale de la cycloïde, qui avait ut préoccupé Roberval, Descartes était allé de suite au fond ıoses et avait résolu d'un mot toutes les questions analogues énonciation de ce principe : la normale à une roulette quelıe en un quelconque de ses points passe toujours au point ntact correspondant de la courbe roulante et de la courbe sur lle elle roule.

is ce n'était là qu'une méthode propre à une classe particule courbes.

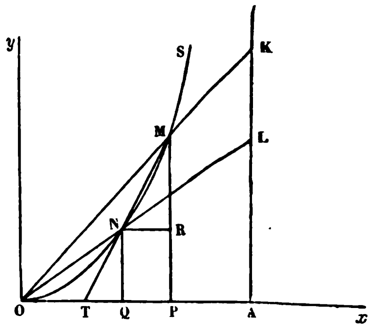
question restait donc entière, sous certains rapports. C'est à w qu'on en doit la solution définitive, sauf les difficultés onsidérables de calcul que peut présenter chaque exemple. méthode fondée sur la similitude du triangle formé par l'orie du point de contact, la tangente et la sous-tangente, et du le infinitésimal formé par un arc infiniment petit de la e, compté à partir du point de contact, et les différences tives des coordonnées des extrémités de cet arc, cette méthode tue véritablement le premier chaînon, soit de la méthode ntielle, soit de la méthode des dérivées. Il ne restera plus nstituer les procédés de calcul nécessaires pour obtenir facit le rapport des accroissements infiniment petits correspon- de l'ordonnée et de l'abscisse d'une courbe, c'est-à-dire d'une on et de sa variable.

reste, Barrow ne s'était pas borné à l'indication d'une ode en quelque sorte virtuelle, il avait appliqué cette ode à divers exemples, dont nous nous bornerons à citer ivant, en ayant soin de reproduire exactement son argu-

mentation, mais sans nous astreindre à suivre ses no

Soit (*fig.* 13) une courbe OMS définie par la conditio l'on joint l'origine O à un de ses points M et qu'on prolon

Fig. 13.



jusqu'à sa rencontre en K avec une parallèle AK à l'axe menée à la distance $x = k$, on ait constamment

$$OM = AK;$$

l'équation de la courbe serait

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \frac{ky}{x},$$

mais Barrow n'en a pas besoin et ne la cherche pas.

Soit N un point de la courbe infiniment voisin du poi représentons ses coordonnées par $y - a$ et $x - e$, de so $a = MR$ et $e = NR$. Soit d'ailleurs T le pied de MN su des x, la limite de TP sera la sous-tangente à la courbe c'est cette limite qu'il s'agit de trouver. Barrow la rep par t.

Si l'on joint ON et qu'on prolonge cette droite jusqu'à

avec AK, comme le point N appartient à la courbe,
léfinition

$$\overline{OQ}^2 + \overline{QN}^2 = \overline{AL}^2$$

$$)^2 + (y - a)^2 = \overline{AL}^2 = x^2 + y^2 - 2ex - 2ay$$

it ce qui est négligeable (*abjectis abjiciendis*); d'un
les triangles semblables ONQ, OLA donneront

$$\frac{y - a}{x - e} = \frac{LA}{k}$$

$$LA = \frac{k(y - a)}{x - e}.$$

nc, en remplaçant LA par sa valeur dans l'équation

$$x^2 + y^2 - 2ex - 2ay = \frac{k^2(y^2 - 2ay)}{x^2 - 2ex},$$

iciendis, dans le second membre.
enant, en chassant le dénominateur, on remarque

$$x^2(x^2 + y^2) = k^2y^2,$$

point (x, y) appartient à la courbe, dont l'équation,
inconnue (c'est là le trait saillant de la démonstra-
e déduire de la précédente en faisant a et e nuls, on
ration à

$$2\,ex(x^2 + y^2) + 2ex^3 + 2ayx^2 = 2k^2ay,$$

:to $2ex(2ex + 2ay)$ *quod abjiciendum est*).

'on tient compte de la similitude des triangles MNR

[illegible] pour [illegible]

[illegible]

[illegible]

de lui un *Traité du micromètre*, ses *Lettres sur les lunettes*, et d'autres [illegible] importans.

Huyghens avait le premier imaginé de munir les [illegible]

astro
diam
l'obj
laire
occu
moye
diam
de l'é
couvr
geur
diamè
Le
foyer
droits
rente
du dis
Auz
ainsi q
à ce ré
au mo
tement
parallè
fourni
fraction
deux fi
Ces f
dans le
Lahire
qu'il dé

omiques d'un appareil propre à fournir les mesures des rès apparents des astres. Il plaçait au foyer commun de tif et de l'oculaire un écran percé d'une ouverture circu- dont le diamètre apparent, relativement à la position e par l'œil, était déterminé une fois pour toutes au du temps employé par une étoile pour traverser ce tre; il introduisait par une ouverture latérale, dans le plan ran, une petite lame métallique de la largeur voulue pour ir exactement l'astre observé, et en comparant cette lar- u diamètre réel du disque circulaire, il en concluait le tre apparent de l'astre, par une simple proportion.

marquis de Malvasia avait depuis imaginé de placer au de la lunette un réticule composé de fils croisés à angles et divisant le champ en petits quarrés dont la largeur appa- était déterminée d'avance, comme la largeur apparente sque employé par Huyghens.

zout conserva les fils verticaux du réticule de Malvasia, que le principal fil horizontal; mais il imagina d'adjoindre ticule fixe un seul fil vertical porté par un châssis, mobile yen d'un pas de vis, de façon à pouvoir comprendre exac- t l'astre observé entre un des fils fixes et le fil mobile le. La distance apparente des deux fils était d'ailleurs e, à très peu près exactement, par le nombre de tours et la n de tour de la tête de la vis, nécessaires pour amener les ils en coïncidence.

faits sont établis dans un mémoire de de Lahire inséré e *Recueil de l'Académie des Sciences* pour 1717. Et e n'avait pas seulement entendu parler des instruments écrit, il s'en était servi avec Auzout et Picard ·

RICHER (JEAN).

(Né vers 1630, mort à Paris en 1696.)

Il fut chargé en 1671 par l'Académie des Sciences, dont il était membre, d'aller à Cayenne pour déterminer plus exactement qu'on ne l'avait fait jusqu'alors les parallaxes du Soleil, de la Lune et de Mars, ainsi que l'obliquité de l'écliptique.

Il rapporta de son voyage cette découverte inattendue, que le pendule à secondes n'a pas la même longueur à toutes les latitudes.

Arrivé à Cayenne, il vit avec étonnement que son horloge, quoiqu'il eût donné au pendule la même longueur qu'en France, retardait tous les jours d'environ deux minutes et demie sur le mouvement moyen du Soleil, en sorte qu'il fallut, pour rétablir l'accord, raccourcir le pendule d'une ligne et un quart. Pour plus de certitude, Richer rapporta en France son pendule raccourci, et il se trouva en effet qu'il était plus court d'une ligne et quelque chose que celui qui battait la seconde à l'Observatoire de Paris.

On fut très étonné en France du phénomène annoncé par Richer, mais il fut bientôt après confirmé par les observations de Varin et de Deshayes à la côte d'Afrique.

Ce fait fournit à Newton et à Huyghens une preuve de l'aplatissement de la Terre, et fut la première occasion des travaux entrepris plus tard sur la figure de la Terre.

Les *Observations* de Richer ont été insérées dans le tome … des anciens *Mémoires de l'Académie des Sciences.*

Le pendule que Richer avait emporté de Paris retardait par trois causes : la diminution de la pesanteur, l'accroissement …

rce centrifuge et l'élévation de la température, qui tendait à
ıger le pendule.

icher trouva, pour l'obliquité de l'écliptique, en 1672, 8′32″. C'était 10″ de moins que n'avait trouvé Cassini 660.

trouva 25″ pour la parallaxe horizontale de Mars, en opposi, ce qui donnait 9″ à 10″ pour celle du Soleil.

DARANDELI (MEHEMET-EFFENDI).

(Astronome turc né vers 1630.)

composa une espèce de calendrier perpétuel, appelé *Rous-h* qu'il publia en turc à Augsbourg, en 1666. Au commen-nt de chaque année, les astronomes du sultan lui présentent nellement le *Rousnameh*.

RUDBECK (OLAUS).

(Né à Arosen (Suède) en 1630, mort à Upsal en 1702.)

distingua, en 1651, les vaisseaux lymphatiques, qui se ent, comme les vaisseaux chylifères, au canal thoracique.

KINCKHUYSEN (GÉRARD).

(Né en Hollande vers 1630.)

contribua, l'un des premiers avec Schooten, à répandre le de la nouvelle doctrine des coordonnées. On a de lui un

Traité analytique des sections coniques (1660); une Al
(1661); et un *Recueil d'applications de l'analyse algébri*
la solution de divers problèmes de Géométrie.

STÉNON.

(Né à Copenhague en 1631, mort à Schwerin en 1686.)

Harvey avait posé le principe *omne vivum ex ovo*,
croyait que l'œuf des vivipares est produit par le mâle; c'est Sté
qui réduisit la différence supposée, sous ce rapport, entre
vivipares et les ovipares; il nomma ovaires l'organe de la fe
mammifère qui produit les œufs; mais son opinion ne fut
hors de doute qu'à la suite des observations de Graaf.

C'est aussi à Sténon qu'est due la découverte du condu
lequel s'écoule la salive sécrétée par les glandes parotidie
(conduit de Sténon) et celui par lequel les larmes arrive
dehors; enfin il a reconnu les fibres dans la substance céré

WREN OU WRENN (CHRISTOPHE).

(Né à East-Knoyle en 1632, mort en 1723.)

A treize ans, dit-on, il avait construit un planétaire m
nique assez exact. Il prit ses grades à l'université d'O
en 1650 et 1653. Nommé professeur d'Astronomie au collè
Gresham en 1658, il se plaça bientôt au premier rang des
mètres de l'époque par son mémoire en réponse au défi port

:al. Ce travail contenait la rectification de la cycloïde, la rmination du centre de gravité de cette courbe et la cuba- des volumes qu'elle engendre en tournant soit autour de axe, soit autour de sa base. Ce succès, dans des recherches s très difficiles, valut à Wren sa nomination en 1660 à la re de Mathématiques de l'université d'Oxford et son admis- , peu de temps après, à la Société royale de Londres, dont il l'un des membres les plus actifs. Les procès-verbaux des ces de cette société contiennent, en effet, les indications maires d'une foule d'inventions et expériences de toutes es de Wren sur toutes les parties de la Mécanique et de la sique. Nous mentionnerons, entre autres, ses communica- s relatives à la théorie générale des mouvements, à la rési- ce des fluides, à la construction des vaisseaux, à l'action des es ou des voiles, à un moyen de construire les verres hyper- ques rêvés par Descartes, au mouvement du pendule, à une othèse comparable à celles de Képler, de Boulliau et de ke sur la cause qui retient les planètes dans leurs orbites, à foule d'instruments nouveaux d'Astronomie et d'Optique, ni lesquels nous citerons la chambre obscure.

a Société royale, après avoir agité plusieurs fois le problème cile du choc des corps, sur lequel Descartes s'était si complè- ent trompé, proposa solennellement la question à tous les nètres. Wallis, Wren et Huyghens répondirent au vœu de la ore assemblée. Wren traita exclusivement le cas des solides aitement élastiques, parcourant une même droite. La solution l donna de ce cas est parfaite.

ers 1665, Wren fit un voyage à Paris pour y étudier les res d'art, revint l'année suivante, après le terrible incendie

qui dévora une partie de la ville de Londres, donna po
reconstruction de la Cité un magnifique plan qui fut adopté
partie, et commenca dès lors à s'occuper d'architecture. En 1
il obtint le titre d'architecte du roi et dirigea la constru
d'un grand nombre d'édifices : la vaste et magnifique basiliq
Saint-Paul, qu'il acheva en trente-cinq ans ; la colonne, q
nomme à Londres le Monument, érigée pour perpétuer le s
venir de l'incendie ; l'édifice d'Oxford nommé le Théâtre ; l'ég
de Saint-Étienne-de-Wallbrosk, à Londres ; la douane du
de Londres ; un grand nombre d'églises, dont les principales
Saint-Michel, Saint-James, Saint Dunstan, Saint-Vedas
Saint-Laurent ; le palais royal et le palais épiscopal de Winch
ter ; le Mausolée de la reine Marie, à Westminster ; l'hôpit
Chelsea, fondé par Charles II pour les invalides de l'armé
terre, etc. La modestie et le désintéressement de Wren
laient ses talents et son immense savoir. Il a laissé divers é
qui ont été après sa mort insérés dans les *Transactions p*
sophiques. James Elmes, architecte anglais, a publié des
moires sur sa vie et ses ouvrages (Londres, 1823).

LEUWENHOECK (ANTOINE).

(Né à Delft (Hollande) en 1632, mort en 1723.)

« Sans méthode, sans élévation, dit M. Papillon, mais in
gable et ingénieux dans l'étude des faits, il a la gloire d'avoir
tribué pour une grande part à la connaissance du monde mi
scopique. »

ɔn croyait avant lui que le sang est homogène ; il démontra ɪ673 que c'est un liquide à peu près incolore, tenant en sus-. sion des globules rouges. Il vit la circulation même s'effectuer ᴌs les vaisseaux capillaires, en examinant au microscope les ɪlles de jeunes lapins, ou la membrane très fine qui unit les ɡts d'une grenouille.

ɪ découvrit peu après les infusoires, les étudia et en décrivit un ain nombre : les monades, les paramécies, les kolpodes, Après les avoir vus dans l'eau, il les retrouva aussi dans

-.

es ouvrages ont été publiés en hollandais, à Leyde et à ft; une partie ont été traduits en français par Mesmin ɪris, 1679). Ses œuvres complètes ont été publiées en latin à de, en 1724.

MONTANARI (GEMINIANO).

(Né à Modène en 1633, mort à Padoue en 1687.)

.e duc de Modène, Alphonse IV, lui donna en 1661 le titre de .osophe et mathématicien de la cour. A la mort du duc, Mon-ɪri vécut quelques années près du comte Cornelio Malvasia, ɪteur de Bologne; il fut ensuite nommé à la chaire de Mathé-:iques de Bologne, qu'il occupa durant quatorze ans, de 1664 578. Il l'échangea plus tard contre celle de Padoue.

ɪ a composé sur la Physique un grand nombre d'ouvrages ɪarquables : sur les phénomènes capillaires, qu'il étudia après :elli, sur la singulière propriété des larmes bataviques, c'est-à-: du verre trempé, sur le porte-voix, etc.

HUDDE (JEAN), SEIGNEUR DE WAWEREN.

(Né à Amsterdam en 1633, mort dans cette même ville en 1704.)

Il fut successivement échevin, trésorier et bourgmestre d'Amsterdam. C'est lui qui fut chargé en 1672 de diriger les inondations projetées en Hollande pour arrêter l'armée française.

Il donna le premier en 1659 une méthode pour réduire les équations qui ont des racines égales. Cette méthode est exposée dans un opuscule : *J. Hudenii, de reductione æquationum et de maximis et minimis epistolæ duæ* que Schooten a publié dans son commentaire sur la Géométrie de Descartes.

Suivant Leibniz qui l'alla voir à Amsterdam, il avait trouvé la formule de la quadrature de l'hyperbole avant Mercator [c'est-à-dire le développement de L $(1 + x)$ en série] et la formule d'interpolation avant Newton. Il disait plaisamment qu'il pourrait exprimer l'équation de la courbe représentant le profil d'une personne quelconque.

BECHER (JEAN-JOACHIM).

(Né à Spire en 1635, mort en 1682.)

Fort jeune lorsqu'il perdit son père, il fut, dès l'âge de treize ans, forcé de donner des leçons de lecture et d'écriture pour gagner sa vie et soutenir sa mère et ses frères; il n'avait que les nuits pour étudier et faire sa propre éducation. Une volonté énergique et de grandes dispositions naturelles triomphèrent de tous les obstacles. Il acquit des connaissances étendues en Physique, en Chimie, en Mathématiques et en Médecine; et, muni de ce bagage

nit à voyager. Il parcourut la Hollande, la Suède, l'Italie, et connaissance avec les savants les plus célèbres de son temps, amment avec Descartes, le P. Mersenne, Saumaise. En 1666, at nommé professeur de médecine à l'Université de Mayence ; s il ne tarda pas à quitter cette ville pour venir s'établir à nich, où il eut, ainsi qu'il nous l'apprend lui-même, la direc- i du *plus beau laboratoire qui pût se trouver en Allemagne et ne en Europe.* Mais son excessive vanité et son esprit inquiet ndépendant lui faisaient des ennemis partout, et ne lui per- taient de se fixer définitivement nulle part. De Munich, il se dit à Vienne, où l'amitié du comte de Zinzendorf le fit nom- r conseiller de la chambre de commerce. Disgracié bientôt, il tta l'Autriche et passa en Hollande, où il s'établit à Harlem, s 1678. Il présenta aux états généraux divers projets financiers ndustriels, proposa de *transformer* en or le sable des dunes, enta une machine pour le dévidage de la soie, et, mécontent voir repousser ses propositions, partit pour l'Angleterre s 1680. Il y passa deux ans à étudier les mines de Cornouailles de l'Écosse, et mourut à Londres, selon les uns, et selon utres, en Allemagne, où il serait revenu sur l'invitation du duc Mecklembourg.

Comme les chimistes de son temps, dit M. Dumas, Becher st pas toujours intelligible pour nous. Mais quand il l'est, ce i arrive ordinairement, on aime son style net, franc, élégant; ses pensées toujours vives et spirituelles frappent et intéressent. » insiste, dans ses ouvrages, sur la nécessité pour la Chimie de loigner des lois de la philosophie scolastique. « *Bon péripatéti- n, mauvais chimiste, et réciproquement,* dit-il, car la nature a rien de commun avec les imaginations dont la philosophie

péripatétique se nourrit. — C'est une philosophie, ajoute-t-il, s'applique uniquement à donner des noms aux choses, et i puter ensuite sur ces noms : *tota illa philosophia eo collim rebus tantum nomina imponat, et deinde circa ea rixet altercetur.* » Ailleurs, il porte à Aristote et à toute sa secte défi formel, les invitant à expliquer pourquoi l'argent est di par l'acide nitrique, pourquoi il est précipité par le cuivre, l marin, etc. Mais la réputation de Becher repose surtout s doctrine des trois éléments qu'il appelait les trois terres, sav terre vitrifiable ou l'élément terreux, la terre mercurielle ou l ment métallique, la terre inflammable ou l'élément combusti Chacune d'elles ne représente pas une matière unique et tou identique; elles peuvent affecter des modifications et revêtir caractères extérieurs variés. Becher admettait en outre un universel (*acidum universale, solvens catholicum, spiritus rinus*), qui se trouvait, disait-il, dans les eaux, dans les sé qui était le principe du croisement des minéraux. Cette doc des trois terres, vitrifiable, mercurielle et inflammable, prépa révolution scientifique que Stahl devait, peu de temps a accomplir dans la Chimie.

Becher est le dernier chimiste célèbre qui ait profess croyance à la transmutation des métaux. On a vu qu'il proposé aux états généraux de Hollande de transformer les des dunes en or. Dans les expériences qui l'avaient conduit à cette proposition, il avait pris pour une transformation e l'extraction de la quantité d'or, infiniment petite, naturelle renfermée dans les sables. Il prétendait aussi, en calcinant argiles avec de l'huile, les changer en fer; il obtenait effective du fer, mais ce fer provenait de l'oxyde de fer que contiennent

les, et que les matières organiques mêlées à l'ensemble rédui-
nt à l'état métallique.

e principal ouvrage de Becher est la *Physique souterraine* ancfort, 1669) dont Stahl ne parlait qu'avec la plus grande iration. On y trouve en effet les véritables doctrines chimiques. Becher, dit M. Dumas, connaît bien les faits; il en donne une réciation vraie; il les classe avec sagesse et méthode; il s'élève n par moments aux idées les plus nettes sur la nature des réac- s chimiques. »

es autres ouvrages de Becher sont : *Institutiones chimicæ* 52), *Parnassus medicinalis* (1663), *Institutionis chymicæ pro- mus* (1664), *Theses chymicæ veritatem et possibilitatem nsmutationis métallorum in aurum evincentes* (1675) et *Tri- hermeticus fatidicus* (1689).

HOOKE.

[Né à Freschwalter (île de Wight) en 1635, mort à Londres en 1722.]

on père, qui était pasteur, le destinait à l'état ecclésiastique, is il fut obligé d'interrompre quelque temps les études de son , dont la débilité était extrême. Cependant, on l'envoya un plus tard à l'école de Westminster, où il fit de grands pro- s, surtout en Géométrie. Il alla ensuite suivre les cours de niversité d'Oxford. Il travailla plusieurs années avec Robert yle et l'aida à perfectionner la machine pneumatique.

La Société royale de Londres se l'adjoignit en 1663, en le dis- nsant de payer la cotisation annuelle; elle lui accorda l'année

suivante un traitement fixe de 30 livres sterling, comme p rateur chargé de reproduire en séance les expériences néces un membre lui assura un autre traitement de 50 livres st pour faire un cours de Mécanique; enfin il fut nommé prof de Géométrie au Gresham College.

Hooke joignait à une trop haute estime de ses talents extrême jalousie des succès des autres, même d'hommes tel Huyghens et Newton, à la hauteur de qui il essayait d' plus opiniâtrément de se pousser, qu'on était plus éloigné ger à lui accorder la comparaison. En outre, il était si irr qu'il avait toujours quelque querelle à poursuivre ou q revendication à faire valoir. Enfin, il était d'une inconstance qu'il ne pouvait s'arrêter à aucun travail suivi. Il embrassait touchait à tout, parlait de tout et n'achevait rien. Vraie m du coche scientifique, il trouvait le moyen de détourner les de leurs travaux par des taquineries incessantes. Il lançait hasard des idées mal digérées sur tous les sujets imaginab venait réclamer sa part lorsque la question était résolue. Il presque tout vu d'avance, et, pour le reste, il y avait song qui lui permettait encore de réclamer.

Il faut néanmoins reconnaître qu'il a rendu quelques ser nous les signalerons quand il y aura lieu.

Hooke réclama de Huyghens l'adaptation aux montres, p en régulariser le mouvement, du ressort à spirale. Il aurait cette idée de 1656 à 1658, en aurait fait part à Robert B à Moray et à lord Brouncker et aurait été sur le point de pr un brevet qui eût été exploité en commun, mais ses associés ne lui auraient pas accordé les avantages auxqu croyait avoir droit et l'invention serait restée secrète.

:st déjà peu probable que Boyle et Brouncker, qui jouissaient :t l'autre d'une grande fortune, aient pu songer à s'enrichir épens d'un pauvre diable.

.oi qu'il en soit, Huyghens, qui avait eu la même idée, la t publique en 1675. Hooke l'accusa de plagiat, ajoutant ldenbourg lui avait communiqué la découverte. Mais il ident qu'Huyghens, après avoir fait faire de si grands pro- la construction des horloges, devait être amené de lui- à s'occuper de perfectionner aussi les montres. Et Hooke, nt pas parlé à temps, devait se taire après. Il fit construire dres, pour Charles I^er^, en 1675, une montre munie du ressort , mais Huyghens en avait fait construire une à Paris 74.

yghens avait donné la théorie du pendule conique en 1673 son *Horologium* : Hooke aussitôt réclama, non la théorie, ût trop prêté à rire, mais l'idée de l'emploi de ce pendule, avait, dit-il, conçue en 1660 ; et il décrit cette découverte 74!

gendorff attribue sans hésitation à Hooke l'invention du et l'emploi de la vis micrométrique, pour diriger sûrement dades, à l'aide de mouvements imperceptibles. Je ferai d remarquer que, d'après Venturi et M. Cantor, ce serait l'ancien qui aurait fait ces deux découvertes, et, comme je rois rien, j'ajouterai qu'Auzout et Picard employèrent cer- nent le niveau en 1667, ce qui autorise à penser qu'ils le issaient au moins en 1666, époque à laquelle Hooke en t fait la découverte.

ggendorff ajoute : « Hooke parvint encore, sans connaître que ce soit des travaux des autres, à l'invention du Nonius

ou Vernier, à l'application de la lunette aux instruments
à l'invention du micromètre ou du réticule. » Comment
savoir avec certitude que Hooke ne connaissait les ouvrages
Nonius ni de Vernier? Quant au réticule et au micromètre
Poggendorff joint par le mot *ou*, il ajoute : « D'ordinaire
attribue l'invention du réticule aux Français Auzout et P
tous deux membres de l'Académie de Paris, et il est certain
en firent les premiers l'application en grand, puisqu'ils
ployèrent dans la mesure du degré qu'ils entreprirent
par ordre de l'Académie. » Poggendorff manque rarement
occasions de se contredire ainsi. C'est, au reste, dans son *H*
de la Physique que j'ai pris les dates qui établissent les d
priorité d'Huyghens, relativement à l'invention du ressort
dates que Poggendorff cite en faveur de Hooke. Il rapporte
que Francesco Generini, Florentin, qui mourut en 1663,
appliqué la lunette aux instruments destinés à la mesure
angles (mais avec quel succès?); que Malvasia, Huy
Hevelius et Gascoygne s'étaient servis de micromètres
avant Hooke.

Hooke, parmi tant de concurrents, choisit Hevelius, déjà
et l'insulta grossièrement; il eut ensuite querelles avec A
et Huyghens relativement à la construction des lunettes
tendait alors à accroître énormément, jusqu'à six cents p
la distance focale des objectifs, ce qui obligeait à se passer de
Huyghens avait, en 1684, décrit une disposition *ad hoc*, a
Hooke dit qu'il y avait songé bien avant.

On ne saurait lui contester l'invention d'un système de
miroirs plans, de l'un à l'autre desquels devait se réfléchir
grand nombre de fois la lumière du Soleil, avant de parv

ce qui finissait par la rendre supportable, mais les verres
:s remplissent plus convenablement le but.
onstruisit le premier télescope à miroir, mais d'après les
ıtions laissées par James Gregory. Il le présenta à la Société
: de Londres en 1674, tandis que Newton avait présenté le
la même Société en 1672.
étermina presque en même temps que Cassini la durée de
olution de Jupiter autour de son axe.
occupa aussi de perfectionner le microscope et a laissé un
nombre d'observations consignées dans sa *Micrographia*
), mais il se servait le plus souvent de simples lentilles
es à la lampe.
résenta en 1677 à la Société royale de Londres un aréo-
principalement destiné à vérifier la pureté de l'eau et qu'il
ait, pour cette raison, sous le nom de *water-poise*. C'était
rosse boule de verre, contenant environ trois litres d'eau,
ninée par une longue tige, que l'on suspendait à l'un des
une balance, tandis que l'autre bras supportait un plateau
n chargeait de poids de façon à obtenir l'affleurement à un
narqué sur la tige, dans l'eau qu'on voulait essayer.
ait imaginé, en 1665, une lanterne magique; il présenta,
4, à la Société royale, un modèle de chambre obscure; il
, en 1684, l'idée d'un télégraphe à peu près pareil à celui
ppe, qu'il décrivit plus tard dans les *Transactions philo-
ues*, en 1691; il imagina aussi différents appareils pour
es recherches au fond de la mer; un thermomètre à mini-
le baromètre à cadran; un pluviomètre.
que Newton publia le livre des *Principes de la philosophie
lle*, Hooke, naturellement, réclama la priorité pour la

découverte du principe de la gravitation universelle. Mais d'après Poggendorff, les passages de l'opuscule publié en 1674, sur lesquels il s'appuyait pour fonder sa re cation :

« Les corps célestes ne sont pas simplement attirés vers propres centres, ils le sont encore *dans la limite de leurs d'action.*

« Les corps qui possèdent un mouvement rectiligne forme persistent dans ce mouvement rectiligne, tant qu' sont pas écartés par une force; mais, dans ce dernier *décrivent des cercles ou des ellipses ou des lignes plus pliquées.*

« Les corps célestes s'attirent avec d'autant plus de force sont plus près les uns des autres. » Il ajoutait qu'il *pourrait utile* de connaître la loi suivant laquelle la force augmente les corps se rapprochent.

Il avait observé, neuf ans il est vrai après Robert B coloration des lames minces, mais il avait reconnu le ment périodique qui se produit dans les couleurs lorsque seur de la lame varie.

Enfin il avait eu, après Grimaldi, une idée vague de la mission de la lumière par ondulations. Ce qu'il dit de plus a ce sujet est contenu dans la phrase suivante :

« Le mouvement de la lumière, lorsqu'il est produit dans milieu homogène, se propage par des impulsions ou vagues ples, de forme constante, perpendiculaires à la ligne de p gation. »

« Au lieu, dit Poggendorff, de poursuivre ses recherches débrouiller ses idées, il engagea une polémique violente

ı, qui venait de présenter sa théorie des couleurs à la royale, et parvint à le dégoûter de l'Optique, ce qui fit te théorie ne parut que vingt ans après, en 1704. »

:e obtint beaucoup d'autres succès analogues, et tout ıéritoires. J'avais d'abord l'intention de le passer sous (il le méritait bien, pour avoir fait tant de bruit de son , mais les éloges que lui prodigue Poggendorff m'ont forcé ı.

NEIL (GUILLAUME).

(Né en 1637, mort en 1670.)

nna une rectification exacte de la parabole cubique

$$y^3 = ax^2.$$

is avait pressenti l'identité des deux problèmes de la rectiet de la quadrature des courbes. Mais c'est Van Heuraet premier, montra clairement comment l'une des questions ne à l'autre.

:couverte de Neil fit d'autant plus de bruit que la possie la rectification des courbes algébriques, même les plus , était généralement niée, ce qui ne doit pas surprendre, ni l'hyperbole n'ayant pu être rectifiées.

;hens a traité les mêmes questions à peu près dans le emps.

SWAMMERDAM.

(Né à Amsterdam en 1637, mort en 1680.)

Son père, qui était apothicaire, possédait un riche
d'histoire naturelle où le jeune Swammerdam trouva les
de sa vocation.

Il étudia à Leyde sous Sténon et Graaf, puis vint à Pa
il se lia avec d'autres maîtres, et retourna en Hollande
accomplit presque tous ses travaux.

Il se voua comme Malpighi à l'étude des insectes, mais
mença par perfectionner le microscope et surtout les instru
de dissection, auxquels il parvint à donner une finesse telle
ne pouvait les aiguiser qu'à la loupe.

On avait, jusqu'à Swammerdam, regardé le papillon, la
salide et la chenille comme trois êtres distincts, quoique
les uns des autres. Swammerdam fit voir que le papillon
tenu tout entier dans la chrysalide et celle-ci dans la chen
les enveloppes seules diffèrent, et que le même animal les
donne successivement, en se développant. La théorie des
morphoses se trouvait ainsi renversée.

C'est Swammerdam qui distingua le premier les trois
d'abeilles qui peuplent une ruche. L'abeille mère, uniq
abeilles mâles et les abeilles ouvrières. Il reconnut que les
ouvrières font tout le travail et tuent les mâles aussitôt ap
fécondation de la mère abeille.

Son principal ouvrage, la *Biblia naturæ*, n'a été publié
1737. Maraldi avait peu auparavant (1712) publié des ob
tions analogues.

MAGALOTTI (LORENZO).

(Né à Rome en 1637, mort à Florence en 1712.)

ès avoir terminé ses études au collège des Jésuites, à Rome, en 1656, suivre les cours de l'Université de Pise, où il fit nds progrès, sous la direction de Viviani, dans les Sciences matiques et Physiques. Il devint, en 1660, secrétaire par-r du prince Léopold.

crivait avec goût et parlait le français, l'espagnol et l'an-il entendait même l'arabe et le turc. Il visita la France et leterre à la suite du prince Cosme, fils de Ferdinand II. démie *del Cimento* lui confia la rédaction des *Saggi,* recueil émoires concernant les recherches qu'elle dirigeait.

GRÉGORY (JAMES).

(Né à Aberdeen en 1638, mort en 1675.)

nventa en 1663 le télescope à réflexion qui l'a illustré. Ses ges sont : *Optica promota* (Londres 1663); *Exercitationes etricæ* (Padoue 1666); *Vera circuli et hyperbolæ quadra-* Padoue 1667); *Geometriæ pars universalis* (Venise).

ut de la société royale de Londres, et l'Académie des Sciences ris le proposa à Louis XIV pour une des pensions qu'il accor-ux savants les plus distingués. Il fut professeur à Saint-s, puis à Édimbourg.

ouvrages mathématiques appartiennent les uns à l'ancienne étrie, les autres à la Géométrie des indivisibles.

rouva les développements en séries de la plupart des fonc-

tions circulaires, directes ou inverses, par la méthode de V développée par Mercator et reprise plus tard par Newton.

Il convient de remarquer aussi que Grégory s'occupa l' premiers des méthodes de transformation des courbes les dans les autres.

Dans le télescope de Grégory, le miroir sphérique des recevoir directement les rayons émanés de l'astre était p son centre d'une petite ouverture circulaire par laquelle p ces rayons après leur réflexion sur le petit miroir et avant rendre à l'oculaire. Newton n'y apporta d'autre changement celui de renvoyer les rayons obliquement, de façon à p placer l'oculaire sur un des côtés de l'appareil et à éviter ains déperdition inutile de lumière.

KUNCKEL (JEAN).

(Né à Ratisbonne en 1638, mort en Livonie en 1703.)

Il était fils d'un orfèvre établi à Hütten et s'adonna avec a aux études pharmaceutiques, chimiques et alchimiques.

D'abord chimiste et pharmacien des ducs Charles et Hen Lauenbourg, puis de Georges II, électeur de Saxe, il oc ensuite la chaire de chimie à l'Université de Wittemberg, fut appelé à Berlin par Frédéric-Guillaume, pour y dirig manufacture de verre, enfin il se rendit à Stockholm, sur l'i tation du roi Charles XI, qui le fit baron de Lœwensjern, e donna la place de conseiller.

Il se fit d'abord connaître par un procédé pour colorer le

rouge rubis, au moyen d'un précipité d'or obtenu par la *li-*
ur d'étain. Il fabriqua avec du verre ainsi coloré des coupes
l vendait très cher.

ndreas Cassius et Glauber étaient auparavant parvenus à
luire le même précipité, avec la *liqueur* des cailloux, mais
n'en avaient pas tiré un parti industriel. Kunckel, du
e, a profité de sa découverte sans faire connaître son pro-
.

publia en 1679 à Francfort un traité sur l'art de la verrerie,
contient un commentaire sur l'ouvrage de même nom de
i, et où il décrit le verre aventurine.

n lui doit aussi d'utiles observations sur la fermentation et
utréfaction, sur la chaleur développée dans les combinai-
s des acides et des bases, sur l'influence de la lumière sur les
étaux, etc.

n marchand de Hambourg nommé Brand avait découvert le
sphore en 1669 et avait vendu son procédé 200 thalers au
teur Kraft de Dresde; celui-ci le communiqua à Robert Boyle,
le décrivit en 1680 dans une communication adressée à la
iété Royale de Londres, mais que le Président ne devait ren-
publique qu'après la mort de son auteur, ce qui eut lieu
1692.

ans l'intervalle, Kunckel avait, à force de questions, arraché
lques indications à Brand et était parvenu à retrouver le pro-
é de fabrication. Il communiqua sa découverte à quelques
sonnes, notamment à Homberg, et c'est ainsi qu'elle parvint
France.

EIMMART (GEORGES CHRISTOPHE).

(Né à Ratisbonne en 1638, mort à Nuremberg en 1705.)

Son père était peintre et graveur; après avoir reçu ses le[...] Eimmart se rendit à Iéna où il étudia les Mathématiques [...] s'adonna depuis lors à son goût pour les Sciences, surtout [...] l'Astronomie, sans toutefois renoncer à la peinture, où il fit p[...] de talent.

Il était venu se fixer à Nuremberg et observait déjà depuis [...] sieurs années, dans sa maison, lorsque fut achevé l'observa[...] que la ville de Nuremberg faisait construire, pour renou[...] chez elle la tradition laissée par Regiomontanus. Eimmart [...] trouva naturellement désigné pour la direction de cet obser[...] toire et la garda depuis 1668 jusqu'à sa mort.

Quelques-unes de ses observations ont été publiées par [...] journaux de Leipzig du temps; les autres remplissent cinq[...] volumes in-folio, où se trouve en outre une vaste correspond[...] avec tous les savants de l'époque.

Il avait exécuté lui-même plusieurs instruments d'astrono[...] entre autres une sphère armillaire. Il a laissé un ouvrage in[...] *Iconographia nova contemplationum de sole* (Nuremberg, 1[...]

Sa fille, Maria-Clara Eimmart, morte à Altdorf (Suisse) en [...] l'aidait dans ses travaux. Outre des tableaux, elle a laissé les [...] sins de trois cents phases de la Lune vue au télescope. Elle ép[...] le physicien et astronome Henri Muller qui succéda à son be[...] père dans la direction de l'observatoire de Nuremberg.

MALEBRANCHE (NICOLAS).

(Né en 1638, mort en 1715.)

fut membre honoraire de l'Académie des Sciences de Paris 'occupa beaucoup de Mathématiques et de Physique avant e livrer à la Métaphysique. Il chercha notamment à expliquer roissement apparent du diamètre de la Lune près de l'hon. Il fut le maître du marquis de l'Hospital, de Montmort, lairan, de Carré et de Prestet. Wallis lui attribue la paterréelle des *Éléments de Mathématiques* publiés par Prestet. laissé de curieuses annotations manuscrites à l'*Analyse des iment petits* de l'Hospital et beaucoup de notes sur le calcul gral. On lui attribue encore divers travaux arithmétiques s lesquels on remarque des propositions retrouvées et publiées ais par Euler.

. Charles Henry a publié en 1880 les principales de ses uctions Mathématiques dans ses *Recherches sur les manus de Fermat suivies de Fragments inédits de Bachet et de ebranche.*

RUICH.

(Né à La Haye en 1638, mort en 1731.)

'est lui qui a introduit en anatomie l'art d'injecter dans les sseaux, même les plus fins et les plus délicats, des liquides coloqui permettent d'en suivre la distribution dans les organes; il oliquait aussi cet art à la conservation des cadavres, en se serat de liquides antiseptiques et de solutions salines.

KIRCH (GOTTFRIED).

[Né à Gubon (basse Lusace) en 1639, mort à Berlin en 1710.]

Élève d'Hévélius. Il publiait chaque année en Saxe des é-mérides contenant les principales observations faites l'année pré-cédente, lorsque Frédéric I[er] l'appela à Berlin pour le mettre à la tête de l'observatoire qu'il venait d'y fonder.

Parmi ses observations, on distingue surtout celle qui con- les changements d'aspect de la fameuse étoile du Col de la B- et celle du passage de Mercure sur le Soleil, en 1707, qui ne fut guère vu qu'à Berlin.

Sa femme, Marie-Marguerite Winckelmann, partagea ses travaux, faisant avec lui des observations et des calculs; elle a publié deux opuscules, l'un *Sur la conjonction du Soleil, de Saturne et de Vénus* (1709), l'autre *Sur les positions de Jupiter et de Saturne en* 1712.

Leur fils succéda à son père dans la direction de l'observatoire de Berlin; il fut membre de l'Académie de Berlin et associé de celles de Paris et de Saint-Pétersbourg. Il a publié des é-mérides.

CASSIUS (ANDRÉ).

(Né à Sleswig, vers 1640, mort en 1673.)

Il fut reçu docteur à Groningue en 1668. Il a découvert le pré-cipité d'or qui porte son nom (pourpre de Cassius). On lui attri-bue aussi la préparation de l'essence de bézoard.

OZANAM (JACQUES).

[Né à Bouligneux (Ain) en 1640, mort en 1717.]

, avait été destiné malgré lui à l'état ecclésiastique : à la mort on père, il abandonna les études théologiques et commença ofesser les Mathématiques. Il fut nommé membre de l'Acaie des Sciences en 1701. Néanmoins il mourut dans un état in de la misère. Il a laissé plusieurs ouvrages dont un seul encore connu : les *Récréations mathématiques et physiques* 94); Montucla en a donné une seconde édition très augmentée 1790.

Tous citerons parmi ses autres ouvrages un *Dictionnaire de thématiques* (1691) où il donne par occasion, dit Fontenelle, les ations d'un assez grand nombre de problèmes de très longue eine; un *Cours de mathématiques* en cinq volumes in-8 (1693); *Traité de fortification* (1694); et une *Perspective théorique ratique* (1711). On trouve aussi quelques mémoires de lui s le *Journal des Savants*.

I. Charles Henry a publié des extraits de sa correspondance c le P. de Billy. Ozanam y donne de précieux renseignements quelques manuscrits de Fermat.

.e prince Boncompagni possède de lui un manuscrit intitulé : *six livres de l'Arithmétique de Diophante augmentés et uits à la* SPÉCIEUSE. Leibniz a eu connaissance de ce manut. Voici ce qu'il en dit dans une lettre à Oldenbourg, en date 26 octobre 1674 : « Ozanam me montra dernièrement son phante; je crois qu'il sera digne d'être lu, car l'auteur a a que tous les lemmes soient présentés d'une manière génée, et il montre partout le mode analytique de l'invention. »

Il ajoute : « Ozanam avait proposé publiquement, il y a plus d'un an, de trouver trois nombres tels que les différences prises deux à deux de leurs quarrés, fussent des quarrés, et les différences de ces derniers quarrés, pris deux à deux, fussent encore des quarrés; il a donné depuis la solution de ce problème. Peu de temps après il proposa cet autre problème : trouver trois nombres dont la somme soit un quarré et tels que la somme de leurs quarrés soit un quarré-quarré. Je lui donnai la solution générale de cette question, qu'il avoua ne pas avoir; bien que je résolus le problème en supposant donnés le quarré égal à la somme des trois nombres et le quarré-quarré égal à la somme de leurs quarrés. »

LAHIRE (PHILIPPE DE).

(Né à Paris en 1640, mort en 1718.)

Son père était un peintre distingué; quant à lui, il fut astronome, géomètre, physicien, peintre et naturaliste.

« Il formait à lui seul, dit Fontenelle, une Académie entière. » Destiné d'abord à la carrière de son père, il fut entraîné par un goût naturel vers la Géométrie, et fit dans cette science de rapides progrès. Desargues lui donna des leçons, et finit par l'associer à ses travaux. Colbert et Louvois l'employèrent à de grands ouvrages de nivellement. Il entra à l'Académie des Sciences en 1678, et devint ensuite professeur au Collège de France et à l'Académie d'Architecture. Comme astronome, Lahire doit être classé parmi les observateurs purs. Mayer, s'occupant de déterminer les éléments de la rotation, l'inclinaison et les nœuds de l'équateur lunaire, dit que sa théorie est d'accord avec des ob-

›ns faites du temps de Cassini, et qui prouvent la coïncidence tante des nœuds de l'équateur avec les nœuds de l'orbite ; bservations ne peuvent être que celles de Lahire. Lacaille, 'en est servi, dit que ce sont les plus anciennes qui aient ites avec la précision la plus approchante de celles qu'on fait sent. Delambre trouve qu'elles valent les meilleures qu'on ites jusqu'en 1750.

is Lahire, bon observateur, comme on voit, était assez mau-héoricien pour rejeter les lois de Képler. Les tables qu'il a ées sont tirées d'équations entièrement empiriques, c'est-à-ormées pour satisfaire aux observations. Ce ne sont que des les d'interpolation. Lahire affichait sa préférence pour la ode expérimentale.

Gnomonique ou *Méthodes universelles pour tracer des ges solaires ou cadrans sur toutes sortes de surfaces* s, 1698) vaut mieux que ses théories astronomiques. Mais -être doit-elle quelque chose à Desargues ; l'auteur n'emploie le compas, la règle et le fil à plomb, et sa méthode s'applique que soit le cadran, horizontal, vertical, oriental, occidental, nant ou incliné, pourvu que la surface soit plane ; il n'est même nécessaire, pour la mettre en pratique, de connaître la eur du pôle. Cette méthode appartient à la Géométrie pure la Géométrie descriptive. On remarque surtout dans l'ou-e de Lahire ce curieux théorème, que, si l'on suppose toutes ignes horaires tracées (celles qui correspondent aux heures de peuvent être conçues, aussi bien que les autres, en suppo-l'horizon transparent), et qu'on les coupe par une transver-parallèle à l'une d'elles, les segments consécutifs déterminés cette transversale par les autres lignes d'heures, à partir du

point de rencontre de celle qui marque six heures de plus parallèle à la transversale, seront, deux à deux, égaux de p d'autre de ce point, et rangés dans le même ordre. Ce thé permet d'achever le cadran, dès que l'on connaît sept horaires consécutives. D'autres théorèmes analogues perm même de réduire à quatre ou trois le nombre des lignes h consécutives données, en supposant d'autres choses connus

Lahire s'était joint à Picard, en 1678, pour travailler à la de France.

Les *Mémoires de l'Académie* contiennent de lui un nombre de communications relatives à diverses questions de sique et d'Histoire naturelle.

Lahire s'est aussi beaucoup occupé de Géométrie pure.

Ses principaux ouvrages sont : *Nouvelle méthode de Géo pour les sections des superficies coniques et cylindrique ont pour bases des cercles ou des paraboles, des ellipses o hyperboles* (Paris, 1673); *Sectiones conicæ in novem distributæ* (1685); *Mémoire sur les épicycloïdes* (1694); T *des roulettes* (1704), et *Mémoire sur les conchoïdes* (170

Dans ces divers ouvrages, Lahire emprunte beaucou Desargues, qui répandait libéralement ses découvertes, é peu et imprimait encore moins. Lahire, du reste, ne diss pas ce qu'il lui doit.

FERGUSON (JACOB).

(Né vers 1640.)

Il a laissé un ouvrage intitulé : *Labyrinthus alg* (Lahaye, 1667), où il traite de la préparation et de la résol

quations algébriques. Une partie séparée roule sur les pro-
és des nombres figurés et sur leur sommation.
est surtout connu pour l'invention d'un équipage de roues
ées au moyen duquel on obtient des résultats singuliers à
ière vue; le fait curieux qui se trouve ainsi mis en évidence
u le nom de paradoxe de Ferguson.

GRAAF (REGNIER DE)

(Né à Schoonhoven, près d'Atrocht, en 1641, mort à Delft en 1673.)

vint faire ses études médicales en France et prit le titre de
eur à Angers, en 1665. Il est célèbre pour avoir reconnu,
les femelles vivipares, les vésicules ovariennes qui portent
nom. L'ouvrage où il publia cette découverte est intitulé :
mulierum organis generationi inservientibus tractatus
s, demonstrans homines et animalia, cætera omnia quæ vivi-
dicuntur, haud minus quam ovipara, ab ovo originem
re (Leyde, 1672). Graff y démontre que les œufs aperçus
Harvey sont produits par l'ovaire lui-même et descendent
la matrice après l'accouplement. Il produisit artificiellement
grossesse tubaire chez une chienne fécondée, en liant l'une
leux trompes. En même temps la grossesse naturelle s'était
loppée par le fonctionnement de l'autre trompe.

DALENCÉ.

(On ignore les dates de sa naissance et de sa mort.)

Il paraît être le premier physicien qui ait nettement i[...]
sur la nécessité d'adopter des points fixes pour la graduati[...]
thermomètre et de diviser en parties égales la distance co[...]
sur le tube, bien calibré, entre les points où s'arrêtait la co[...]
aux températures correspondantes. Mais il appliqua ma[...]
principe, en se servant par exemple du point de fusion [...]
substance aussi variable dans sa composition que le beurr[...]

Il publia ses idées à ce sujet en 1638 à Amsterdam da[...]
ouvrage intitulé : *Traité des baromètres, thermomètres* [...]
tiomètres.

CASSEGRAIN.

(On ignore les dates de sa naissance et de sa mort.)

Il donna dans le *Journal des Savants,* peu de temps a[...]
le télescope de Newton eut été décrit dans les *Transaction*[...]
losophiques, la description d'un autre télescope à miroi[...]
parfait.

Ce télescope différait essentiellement de ceux de Jam[...]
[...]gory et de Newton en ce que le petit miroir, au lieu d'êt[...]
[...]ave, était convexe. « Cette modification, dit Poggendorff, [...]
[...] importance. Mais, dans le fait, c'est une modification [...]
[...], plus essentielle même que ne le croyait Cassegrai[...]
[...] probablement pas arrivé à ce perfectionnement p[...]
[...] purement théoriques.

:n effet : 1° ce télescope est plus petit que celui de Grégory, .ron le double de la longueur focale du petit miroir, de qu'à longueur égale il donne un grossissement plus fort; ıme les deux miroirs présentent leurs courbures en sens ıires, l'aberration de sphéricité s'en trouve diminuée; in, les rayons ne se réunissant plus avant de parvenir à il en résulte une moins grande déperdition de lumière.

.es avantages qu'eût présentés le télescope de Cassegrain pas été appréciés par les contemporains. Pendant presque .e XVIII^e siècle, on préféra le télescope de Grégory à ceux ssegrain et de Newton. »

APPENDICE

SUR

L'ORIGINE DE QUELQUES NOTATIONS MATHÉMATIQUES.

Nous avons, dans ce qui précède, volontairement omis ce qui pouvait se rapporter aux notations, aux signes et au[x sym]boles, aux manières de formuler, par abréviations, les r[elations] entre grandeurs ou entre nombres; en d'autres termes, nous [nous] sommes exclusivement occupés des idées, sans tenir compte de la manière de les traduire.

Nous nous garderions de rien changer à notre plan à cet[te ...] il y a deux histoires : celle des idées et celle de leurs for[mes;] c'est la première que nous avions en vue; la seconde, qui [d'ail]leurs exige des connaissances tout autres, s'adresse à d[...] besoins de l'esprit : nous l'avons délibérément mise de côté.

Rien cependant ne nous oblige à nous abstenir entière[ment à] l'égard des origines de quelques signes et notations, que [le lec]teur peut désirer connaître. L'obligeance de M. Charles [...]

ournit les moyens d'entrer à ce sujet dans quelques détails, is croyons devoir donner l'analyse d'une note qu'il a bien nous communiquer sur les figures de nos chiffres et sur ues notations.

is nous ferons remarquer combien nous avions eu raison us abstenir, les questions dont nous allons dire un mot nt pu encore être éclaircies, malgré tous les travaux aux- elles ont déjà donné lieu. Nous nous serions perdus dans tails, sans grande utilité, et sans certitude d'arriver à la .

ci le résumé de l'intéressante note de M. Charles Henry :

xiste deux grands systèmes de notations numérales : dans mier, le plus primitif et le plus ancien, les nombres sont au moyen de barres; dans le second, ils le sont au moyen de s. (Entre les deux se placerait le système intermédiaire où gnes numéraux sont des lettres.) Les barres, placées de ntes manières les unes par rapport aux autres, représen- soit des unités simples, soit des dizaines, centaines, etc. cquéraient aussi par leurs dispositions les qualités additive stractive, etc. Les unités additives auraient dû être figurées s barres placées à droite ou à gauche du signe d'une collec- les soustractives à gauche ou à droite. Mais aucune règle suivie uniformément ni par les différents peuples, ni même s individus appartenant à une même nation. Les unités les sont habituellement représentées par des barres verticales, ques multiples simples le sont par des combinaisons de barres sement inclinées; quelquefois, les dizaines, centaines, etc., nt par des barres alternativement horizontales et verticales.

Les Égyptiens employaient, pour représenter les neuf p
nombres, les signes suivants, creux ou pleins :

I	▯
II	▯ ▯
III	▯ ▯ ▯
II II	▯ ▯ ▯ ▯
III II	▯ ▯ ▯ ▯ ▯
III III	▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯
IIII III	▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯
IIII IIII	▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯
III III III	▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯ ▯

Les Phéniciens se servaient de signes entièrement an
mais ils allaient plus loin : ils représentaient les nombre
rieurs à 10 en ajoutant aux précédents une barre hor
Ainsi,

I‾
II‾
III‾
IIII‾
II III‾
III III‾

iguraient 11, 12, 13, 14, 15, 16, etc.; ils représentaient 10
ne barre horizontale qui, souvent, se recourbait.

n'est pas d'accord sur le point de savoir si les premiers
s se sont servis des mêmes notations. Jamblique l'affirme
ses commentaires sur Nicomaque. M. Nesselmann rejette
opinion, M. Cantor la soutient, M. Henry l'appuie de
mple d'une inscription de l'an — 351 trouvée à Tralles,
ie d'Argiens, de Thraces ou de Pélasges.

après M. Edouard Biot, les Chinois aussi se servent quel-
ois de barres qu'ils tracent verticalement pour les unités
les, horizontalement pour les dizaines, verticalement, de nou-
pour les centaines, et ainsi de suite. Mais ils ont une manière
culière de noter les nombres supérieurs à 5 : ils les compo-
d'une barre perpendiculaire aux unités, laquelle vaut 5, et
ant de barres qu'il reste d'unités. Ainsi :

sentent les neuf premiers nombres d'unités simples, ou de
ines, etc., etc.

ésentent les neuf premiers nombres de dizaines, ou de
e, etc.

es Étrusques et les anciens Latins se servaient des mêmes
es auxquelles ils joignaient trois signes particuliers : Λ ou V
ésentant 5; X (formé peut-être de deux V) représentant 10;
représentant 50. (Ce dernier signe est peut-être composé

d'un Λ (cinq) et d'une barre valant dix.) Quant aux
C et M, signifiant cent et mille, qu'ils employaient aussi
ne rentrent pas dans le même système de numération, ce
des abréviations.

Voici un tableau de quelques nombres trouvés dans des ins-
tions étrusques :

I	II	IIII	Λ	IΛ ou VI	IIΛ	
1	2	4	5	6	7	

X	IIX ou XII	IIIIX ou XIIII
10	12	14

IIΛX	IIIΛX	XIX	XX	IIIIΛXX ou XI
17	18	19	20	29

XXXX ou ↑X	↑I	↑	X↑	IIIIXXXX↑ ou X↑
40	49	50	60	94

On voit par ce tableau qu'un chiffre placé à la droite
autre de plus grande valeur est quelquefois soustractif, mais
y voit aussi que cette règle n'est pas uniformément suivie.

Ce sont les Romains qui ont fixé l'usage à cet égard : ils
çaient invariablement à droite les chiffres additifs, à gauche
chiffres soustractifs, comme dans

IV	IIX	IX	XIV	XIIX	XXIIX	XLV
4	8	9	14	18	28	45

Cet usage s'est altéré durant le moyen âge.

ɹs passons à l'histoire de l'invention des chiffres.

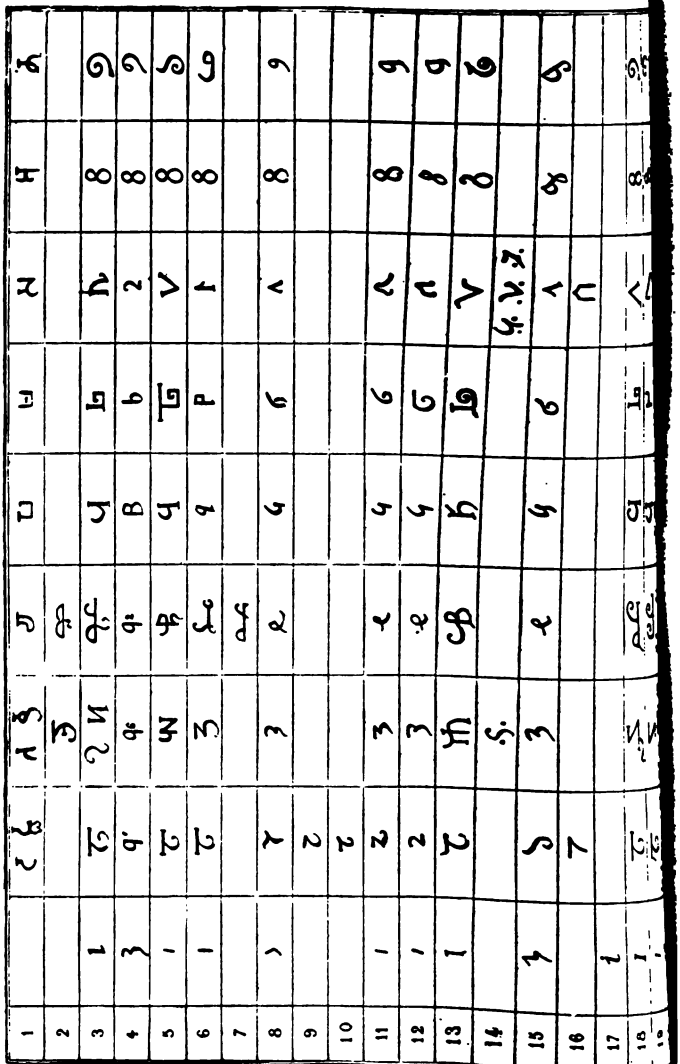
n'est pas d'accord sur l'origine des noms des apices de : M. Vincent y voyait des souvenirs des traditions pythaennes; Huet, Nesselmann, M. de Brière et M. Pihan leur saient déjà une origine sémitique ; M. Sédillot y voit des arabes mal transcrits; enfin M. Lenormant a reconnu dans d'entre eux des mots assyriens.

Sédillot a cru pouvoir attribuer aux figures de nos chiffres rigine latine et M. Chasles a adopté cette conclusion.

Woepcke croit qu'ils nous viennent directement des ns.

Charles Henry pense pouvoir affirmer que les chiffres se formés sur place, sans intervention étrangère.

ici le tableau (p. 138) qu'il a dressé des figures de ces chiffres érentes époques :



a première ligne contient les caractères que M. Woepcke a idérés d'après Prinsep, mais à tort, à la fois comme des res et comme des initiales de mots sanscrits.

a deuxième ligne présente deux variantes d'un manuscrit de ibliothèque grand-ducale de Carlsruhe. Ce spécimen a été lié par M. Treutlein dans le Bulletin du prince Boncompagni.

a troisième est empruntée au mémoire de M. Woepcke *l'introduction de l'Arithmétique indienne en Occident.*

a quatrième a été extraite par M. Gerhardt d'un manuscrit xv^e siècle de la bibliothèque Amploniana d'Erfürth.

es spécimens n^{os} 5 à 12 sont tirés des *Éléments de paléo-phie*, de M. de Wailly.

e treizième a été tiré d'un manuscrit d'Arundel publié par lliwell (Londres, 1841) en tête de ses *Rara Mathematica.*

es suivants, jusqu'au dix-septième inclus, ont été publiés par Friedlein.

e dix-huitième est tiré de l'édition de 1508 de la *Margarita losophica.*

e dix-neuvième a été publié par M. Chasles.

a vingtième ligne contient les sigles des noms de nombres en ture cursive du moyen âge d'après MM. de Wailly (*Éléments paléographie*). et Chassant (*Dictionnaire des abréviations*). On nomme sigle la première lettre d'un mot, employée pour eprésenter par abréviation.)

M. Charles Henry, et c'est là ce qu'il y a de neuf et d'intéres-t dans son travail, voit avec quelque raison, la plus grande logie entre les figures des chiffres, contenues dans les dix-neuf mières lignes et les sigles des noms des nombres reproduits dans vingtième. Il en conclut que nos chiffres ne sont que des sigles.

M. Charles Henry passe ensuite aux différents sig
ployés en algèbre :

M. Drobisch a trouvé dans le *Compendium arithmetica*
catorum d'Eger (Leipsick, 1489) les signes + et — dont on
fait remonter l'invention qu'à Stifel (Chasles), ou à Léon
Vinci (Libri).

Le signe $\times$ a été pour la première fois employé par Ou

Le symbole de la proportion :: aurait été imaginé par W

C'est Harriot qui se servit le premier des signes $>$ et $<$

Le signe $=$ aurait d'abord servi à indiquer une di
L'égalité fut longtemps marquée par le signe $\propto$, abrévia
æqualis. On trouve souvent ce signe $\propto$ dans les œuvres de
ghens et de ses contemporains.

Le signe $\sqrt{}$ n'est autre chose que le sigle de l'un des
radix ou *res*. Pour plus de détails, on pourra consulter les a
publiés par M. Charles Henry dans la *Revue Archéologi*
avril 1878, juin et juillet 1879.

ONZIÈME PÉRIODE.

De NEWTON, né en 1642,
à EULER, né en 1707.

La liste des noms des savants de la Onzième Période donnée en tête du Tome VI qui contiendra la suite Période.

ONZIÈME PÉRIODE.

CETTE période, féconde à tant d'égards, pourrait attirer notre attention de bien des côtés, mais l'invention de l'analyse infinitésimale y prime tellement toutes les s, qu'elle gouverne d'ailleurs jusqu'à un certain point, nous croyons pouvoir nous borner à en définir succincte- l'origine et le but.

ute la théorie de la méthode de Leibniz, considérée dans eux parties, calcul différentiel et calcul intégral, consiste ces deux idées fondamentales : la recherche des conditions lesquelles un phénomène quelconque va continuer à se opper sera toujours plus facile que la recherche des équa- qui traduiraient les lois de l'accomplissement de ce phéno- dans toute son étendue, et cependant la connaissance des tions dans lesquelles se prolongera si peu que ce soit le oppement du phénomène, pouvant servir à passer d'un un autre infiniment voisin, permettra d'assister en quelque à l'accomplissement intégral de ce phénomène ; elle rempla- donc virtuellement les équations en quantité finies, que l'on it obtenir, et, par conséquent, celles-ci pourront se déduire lles-là.

aptitude spéciale de la méthode infinitésimale à fournir

presque sans aucune difficulté les équations des problèmes plus compliqués ressort avec évidence de ces deux principes : 1° l'accroissement infiniment petit que subit un effet dépendant à la fois de plusieurs causes, lorsque toutes ces causes varient simultanément infiniment peu, est la somme des accroissements qu'il prendrait partiellement si toutes les causes dont il dépend prenaient séparément et successivement les accroissements qu'elles doivent recevoir; car les variations infiniment petites déjà subies par l'effet, en raison des variations des premières causes, n'influeront que d'une manière insensible sur la variation correspondant à la variation d'une nouvelle cause; 2° la variation infiniment petite de l'effet, correspondant à la variation infiniment petite de l'une des causes, est proportionnelle à la variation de la cause, parce que la cause n'ayant pas sensiblement changé de grandeur agit toujours de la même manière dans l'intervalle considéré. Le rapport de l'accroissement de l'effet à l'accroissement de la cause dépend bien, il est vrai, à la fois, de l'état actuel des grandeurs de la cause considérée et de toutes les autres, mais il ne dépend que de cet ensemble et d'un état défini.

Ces quelques mots suffisent pour montrer l'immensité de la différence des difficultés à vaincre dans la recherche des équations en quantités finies et dans celle des équations différentielles d'un problème.

Dans la première, l'accroissement partiel de l'effet, correspondant à l'accroissement fini d'une des causes, s'exprimerait par une relation le plus souvent très compliquée, mais la formation de l'effet total, au moyen des effets partiels, serait en général bien plus compliquée encore.

méthode différentielle supprime d'avance les complications
n et l'autre de ces deux genres.

ou deux exemples pourront ajouter à l'évidence de ce qui
le : considérons d'abord le cas où l'effet dépend de deux
s indépendantes l'une de l'autre. Soient V le volume d'un
sa pression et t sa température; si, au lieu de varier de
ités finies p_1 et t_1, la pression et la température varient de
ités infiniment petites dp et dt, auxquelles correspondra un
ssement, aussi infiniment petit, dV, du volume, on écrira
iésitation :

$$dV = P\,dp + T\,dt,$$

T désignant deux fonctions de p et de t que des théories
ninaires, ou l'expérience, feront connaître.

pposons en second lieu qu'un solide ayant un mouvement
ı, l'on veuille obtenir la variation de l'une des coordonnées
de ses points, par rapport à trois axes rectangulaires dési-
au bout d'un temps dt, infiniment petit. Le mouvement
olide pouvant à chaque instant se décomposer en deux, le
ement de translation d'un de ses points et un mouvement
tation autour d'un axe instantané passant par ce point; le
ement de translation pouvant d'ailleurs se décomposer à
our en trois mouvements de translation parallèlement aux
axes et le mouvement de rotation en trois mouvements de
on autour de parallèles à ces mêmes axes, on formera la
tion cherchée de la coordonnée désignée du point considéré,
outant simplement les six variations que subirait séparé-
cette coordonnée, dans les six mouvements composants.

s'agissait dans les deux exemples précédents d'une fonction
ariables indépendantes; mais le principe s'applique égale-

ment bien et son application procure les mêmes ava lorsque la fonction dont on veut connaître l'accroissement i ment petit dépend de plusieurs variables liées les unes aux Seulement, dans ce cas, bien entendu, après avoir établi la mule de la variation de la fonction comme si les variatio variables étaient indépendantes, il faut naturellement ré entre ces dernières variations les conditions de dépendan existent entre elles.

Au reste plus la question qu'on a en vue est compliquée augmente la disproportion entre les difficultés des problèm présentent la mise en équations différentielles et la recherc équations en quantités finies. Tellement qu'au delà d'un degré de complication, les équations différentielles du p mène étudié, toujours aussi faciles à obtenir, ne peuvent être d'aucune utilité. On peut citer comme exemple les équ générales de l'Hydrodynamique, établies par Euler. On a ces équations qu'elles étaient tellement *rebelles* qu'on n' rien pu en tirer; on aurait pu dire qu'il avait été si facile obtenir qu'il eût été bien singulier qu'on en pût tirer la sol du problème.

La mise en équations différentielles d'un problème peut ger que la considération de deux états consécutifs du systè valeurs des causes et des effets; mais il peut souvent a que, pour exprimer les conditions de la question, on ait à intervenir trois, quatre, etc. états consécutifs de développe du phénomène.

Remarquons d'abord que, tous ces états étant infini voisins les uns des autres et devant se confondre en un seu limite, on pourra toujours, sans inconvénients, les supposer

nts entre eux, par rapport à la cause, s'il n'y en a qu'une, ır rapport à chaque cause, s'il y en a plusieurs, soit d'ailleurs outes les causes aient subi le même nombre ou des nombres ents de variations.

n'y a, au reste, de différence entre le cas d'une seule cause, ıriable indépendante, et celui de plusieurs, qu'en ce que, le second cas, les variations d'un des effets, ou variables ıdantes, sont des variations partielles.

La posé, soient x la variable indépendante, ou une des variandépendantes, et y une des variables dépendantes, ou fonc-. Soient

$$x, \quad x + dx, \quad x + 2\,dx, \quad \ldots, \quad x + n\,dx,$$

$+ 1$ valeurs de x qui doivent être considérées et

$$y, \quad y_1, \quad y_2, \quad \ldots, \quad y_n,$$

aleurs correspondantes de y.

n pourrait introduire toutes ces valeurs de y dans le calcul, il sera plus simple, pour les raisons données plus haut, d'y oduire leurs différences

$$y_1 - y, \quad y_2 - y_1, \quad \ldots, \quad y_n - y_{n-1},$$

nous désignerons, pour un instant, par

$$dy, \quad dy_1, \quad \ldots, \quad dy_{n-1}.$$

nsidérons à leur tour les différences

$$dy_1 - dy, \quad dy_2 - dy_1, \quad \ldots, \quad dy_{n-1} - dy_{n-2},$$

nous désignerons momentanément par

$$d^2y, \quad d^2y_1, \quad \ldots, \quad d^2y_{n-2};$$

ces nouvelles différences étant elles-mêmes infiniment pet[its par] rapport à dy, dy_1, etc., elles s'introduiront plus facilement [dans] les calculs que les quantités $dy, dy_1, \ldots, dy_{n-1}$.

De même au lieu de $d^2y, d^2y_1, \ldots, d^2y_{n-2}$, il vaudra [mieux] introduire leurs différences

$$d^2y_1 - d^2y,\quad d^2y_2 - d^2y_1,\quad \ldots,\quad d^2y_{n-1} - d^2y_{n-2}$$

qu'on pourra représenter par

$$d^3y,\quad d^3y_1,\quad \ldots,\quad d^3y_{n-3};$$

et ainsi de suite.

En continuant ainsi on arrivera à la différence unique

$$d^n y:$$

et au lieu des $n+1$ quantités

$$y,\quad y_1,\quad y_2,\quad \ldots,\quad y_n,$$

on pourra considérer les $n+1$ autres

$$y,\quad dy,\quad d^2y,\quad \ldots,\quad d^n y.$$

Au reste les unes et les autres seront liées par les formules

$$y_n = y + n\,dy + \frac{n(n-1)}{1.2}d^2y + \ldots$$

et

$$d^n y = y_n - ny_{n-1} + \frac{n(n-1)}{1.2}y_{n-2} \ldots,$$

qu'on déduit aisément de ce qui précède.

$dy, d^2y, d^3y, \ldots, d^n y$ s'appellent les différentielles pre[mière], seconde, troisième, ..., $n^{\text{ième}}$, de y, et comme, par suite de [ce qui] précède,

$$d^p y = d^{p-1}y_1 - d^{p-1}y.$$

ıe nouvelle différentielle s'introduira dans les calculs comme férentielle de la précédente.

.t $f(x, \dots)$ la fonction de x et d'autres variables, qui repré- y; si l'on ne considère que les différentielles partielles de y apport à x, on aura d'abord :

$$dy = f_1(x \dots)\, dx,$$

signant une certaine fonction qu'il faudra calculer; dy_1 : de même représenté par

$$dy_1 = f_1(x + dx \dots)\, dx\,;$$

e sera donc par

$$d^2y = dy_1 - dy = f_2(x \dots)\, dx^2,$$

ınt une nouvelle fonction qu'il faudra calculer; de même d^3y ·eprésenté par

$$d^3y = d^2y_1 - d^2y = f_3(x, \dots)\, dx^3,$$

ısi de suite :

$$\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n}$$

donc des quantités finies; on les nomme les dérivées ou ɔns des divers ordres de y par rapport à x.

. méthode au moyen de laquelle on forme les équations :entielles consistant à négliger toujours les infiniment s d'ordres supérieurs à ceux que l'on conserve, il en résulte .ne équation différentielle a toujours tous ses termes du ıe ordre de grandeur et que, par conséquent, si on les divise par la puissance de dx qui marque cet ordre, l'équation

prend nécessairement la forme

$$F\left(x, \ldots y, \ldots \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \ldots \frac{d^ny}{dx^n}\right) \text{ (}^1\text{)}.$$

La même remarque convient évidemment au cas où, après avoir fait varier plusieurs fois une des causes, on fait varier quelques-unes des autres; il s'introduit alors des expressions de la forme,

$$\frac{d^{p+q}y}{dx^p\,dx'^q},$$

x et x' désignant deux causes distinctes et indépendantes.

La formule

$$\frac{d^{p+q}y}{dx^p\,dx'^q}$$

(1) Le cas où, pour certains systèmes de valeurs des causes et des effets, quelques dérivées de certains effets, par rapport à certaines causes, deviendraient nulles ou infinies, paraîtrait devoir faire exception à cette loi générale. Mais de tels systèmes de valeurs sont exceptionnels et l'on n'a pas à s'en préoccuper lorsqu'on écrit les équations générales du phénomène que l'on étudie. Ces équations s'appliquent encore aux cas singuliers qui peuvent se présenter, en ce sens, du moins, qu'elles peuvent servir à les signaler, parce qu'elles donnent forcément des valeurs nulles ou infinies pour les dérivées qui doivent prendre accidentellement ces valeurs exceptionnelles, attendu qu'elles subsistent pour des valeurs des causes et des effets infiniment voisines des valeurs singulières considérées et que, si une dérivée doit devenir nulle ou infinie, elle prend forcément, un peu avant, des valeurs très petites ou très grandes.

Les équations générales du phénomène étudié conduisent donc naturellement à la découverte des cas singuliers que peut présenter ce phénomène. Mais elles ne pourraient plus servir à l'étude intime et à la discussion de ces cas singuliers. Cette étude et cette discussion ne peuvent être instituées qu'à l'aide de nouvelles équations, qu'il faut former à cet effet, et qui ne doivent, bien entendu, relier entre elles que les dérivées qui deviennent en même temps nulles, ou en même temps infinies et les inverses de celles qui deviennent alors infinies ou nulles.

sente la $q^{\text{ième}}$ dérivée par rapport à x' de la $p^{\text{ième}}$ dérivée par rt à x de la fonction y de ces deux variables indépendantes; l'emploi de cette formule n'entraîne pas l'hypothèse que ait été tiré des valeurs qu'aurait pris y si l'on avait rd donné à x les valeurs

$$x,\ x+dx,\ \ldots,\ x+p\,dx,$$

issant alors à x' sa valeur initiale, puis qu'on ait ensuite é à x' les valeurs

$$x',\ x'+dx',\ \ldots,\ x'+q\,dx',$$

issant à x sa valeur finale $x+p\,dx$: l'ordre dans lequel on fait prendre à x et à x' leurs accroissements successifs est en indifférent, pourvu qu'on ait fait prendre respectivement à à x', p accroissements égaux à dx et q accroissements égaux ; ou, en d'autres termes, on peut toujours intervertir l'ordre dérivations consécutives d'une fonction, par rapport à deux variables dont elle dépend. En effet, soient t la dérivée précé-nent formée de la fonction, et u, v les variables par rapport uelles il faut la dériver successivement : u, v, t sont les coor-ées d'un point d'une surface et il est clair que pour passer oint de cette surface dont la projection sur le plan des uv a coordonnées u et v, au point dont la projection sur le même a pour coordonnées $u+h$ et $v+k$, on peut à volonté suivre côtés consécutifs du quadrilatère, déterminé sur la surface es deux plans parallèles à celui des vt, menés aux distances $u+h$ et par les deux plans parallèles à celui des ut, menés distances v et $v+k$: quels que soient h et k, la valeur finale sera toujours la même. Mais, si h et k sont infiniment petits

et représentés par du et dv, les trois valeurs prises part
elles-mêmes représentées, dans l'un des cas, par

$$t,\quad t+\frac{dt}{du}du,\quad t+\frac{dt}{av}dv+\frac{dt}{du}du+\frac{d^2t}{du\,dv}du\,dv,$$

et, dans l'autre, par

$$t,\quad t+\frac{dt}{dv}dv,\quad t+\frac{dt}{du}du+\frac{dt}{dv}dv+\frac{d^2t}{dv\,du}dv\,du:$$

l'égalité des valeurs finales de t entraîne donc l'égalité

$$\frac{d^2t}{du\,dv}=\frac{d^2t}{dv\,du}.$$

Il arrive souvent que, les équations différentielles d'un pro-blème étant formées, on a besoin de les différentier, et d'augmenter le nombre des états consécutifs du phéno- reliés entre eux par les équations.

Or, pour augmenter ce nombre d'une unité, en supposant que x soit la variable indépendante qu'on veut faire varier, et y soit l'une des fonctions, il faudrait remplacer, dans les équ proposées, x par $x+dx$, y par $y+dy$, dy par $dy+d^2y$, d^2y par d^2y+d^3y, et ainsi de suite, mais, les équations proposées sub à côté des nouvelles, il vaudra mieux les en soustraire; on re chera donc chacune des anciennes de celle qu'elle aura pro cela se fera en calculant l'accroissement subi par le pr membre de cette ancienne équation, et, pour le faire, on a quera encore la règle fondamentale du calcul différen l'accroissement total est la somme des accroissements pa

Tels sont les principes du calcul différentiel.

Quant au calcul intégral, qui a pour objet de remonter

:ions différentielles aux équations en quantités finies, il ne
mpose naturellement que de procédés, car il ne s'agit que
enir des équations qui, différentiées, reproduiraient les équa-
différentielles proposées.

·este à examiner la question de savoir si les équations diffé-
elles d'un problème en déterminent les équations finies et
à quel point.

elles que soient les conditions de la question que l'on veut
r, si cette question est complètement déterminée, jamais les
ions différentielles destinées à les traduire ne comprendront
s ces conditions : il y en aura toujours quelques-unes dont,
ite même de la nature de la méthode employée, on devra
nent faire abstraction, en sorte que les équations différen-
d'un problème n'équivalent jamais aux équations en
ités finies.

is, il y a à cet égard une différence capitale à faire entre le
la question ne comporte qu'une seule variable indépen-
et celui où elle en comporte plusieurs.

minons d'abord le premier cas et, pour plus de simplicité,
sons que la question ne comporte non plus qu'une seule
le dépendante ou fonction (s'il y avait p fonctions à consi-
, elles seraient liées à la variable indépendante par p équations
entielles et les explications seraient plus compliquées, mais
gues); soient x la variable indépendante, y la fonction, et
sons que la condition énoncée soit de telle nature que pour
duire on ait été obligé de recourir à une équation différen-
de l'ordre n :

ous avons vu qu'une équation différentielle de l'ordre n est

une relation entre $n+1$ états consécutifs d'un phénomène finiment voisins les uns des autres et équidistants entre eux rapport à la variable indépendante; l'équation obtenue dé-nerait donc le $(n+1)^{\text{ième}}$ état par rapport aux autres, ces n autres ne seront déterminés par rien, les valeurs $\left(\frac{dy}{dx}\right)_0, \ldots, \left(\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}\right)_0$ correspondant à une valeur x_0 de x restées arbitraires et l'équation ne déterminera que $\left(\frac{d^ny}{dx^n}\right)$; qu'elle n'a eu pour objet que de représenter la loi suivant le développement du phénomène se prolonge, et non pas précise suivant laquelle il s'accomplit; cette équation aura laissé de côté les circonstances, indiquées par l'énoncé lesquelles le phénomène commence à se produire; par quent l'équation intégrale contiendra nécessairement les traires

$$y_0,\ \left(\frac{dy}{dx}\right)_0, \ldots, \left(\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}\right)_0,$$

ou d'autres équivalentes.

Mais, à cela près, l'équation différentielle déterminera tement l'équation intégrale. En effet, si l'on se donne à les n points

$$(x_0, y_0),\quad (x_0+h, y_1),\quad (x_0+2h, y_2),\quad \ldots,\quad [x_0+(n-1)h, y_{n-1}],$$

que l'on se serve de l'équation obtenue pour calculer su-vement les ordonnées des suivants,

$$(x_0+nh, y_n),\quad [x_0+(n+1)h, y_{n+1}],\quad \ldots$$

et que l'on rejoigne tous ces points deux à deux par des

:s, on aura un certain polygone, dont la figure dépendra de ındeur de h, de y_0 et des $(n - 1)$ premières différences de y_0; relie chacune de ces $(n - 1)$ différences à h, par une loi :urs arbitraire et qu'on fasse tendre h vers zéro, le polygone pour limite une certaine courbe, et cette courbe sera une ›urbes capables de représenter la marche de la fonction y. voit ainsi qu'après avoir obtenu l'équation intégrale la ;énérale de l'équation différentielle proposée, il suffira toupour achever la détermination de la fonction, de recourir :s des conditions de l'énoncé qui se rapportaient aux cirınces initiales.

·st loin d'en être ainsi lorsque la question comporte pluvariables indépendantes et que, par suite, les équations :ntielles du phénomène sont des équations entre les déri›artielles de la fonction, par rapport aux variables dont elle d.

ısi, pour nous borner au cas le plus simple, supposons qu'il ›e d'une fonction z de deux variables indépendantes seule- x et y, et que l'équation différentielle proposée soit du er ordre, c'est-à-dire ne contienne que les dérivées partielles emier ordre de z par rapport à x et à y, $\frac{dz}{dx}$ et $\frac{dz}{dy}$, que nous nerons par p et q.

ıs doute, si l'on connaissait p et q en fonction de x et y, ation

$$dz = p\,dx + q\,dy$$

ettrait de tracer sur la surface dont les coordonnées seraient et z tous les polygones infinitésimaux que l'on voudrait, à

partir du point choisi à volonté sur la parallèle à l'ax
menée par le point (x_0, y_0).

Mais la question ne peut pas être posée dans ces
d'abord parce que se donner p et q serait se donner deux
tions

$$\frac{dz}{dx} = p \quad \text{et} \quad \frac{dz}{dy} = q,$$

qui seraient généralement incompatibles, puisqu'il n'y
déterminer qu'une inconnue z; et, en second lieu, parce qu
connaissait effectivement p et q et qu'il y eût compatib
question changerait entièrement de nature, car, dans ce ca
des deux équations

$$\frac{dz}{dx} = p, \quad \frac{dz}{dy} = q$$

serait l'équation à intégrer et l'autre constituerait une co
supplémentaire, destinée à réduire l'indétermination dont
affectée l'intégrale obtenue.

Une équation aux dérivées partielles du premier ordre
par rapport à x et à y, est une équation de la forme

$$f\left(x, y, z, \frac{dz}{dx}, \frac{dz}{dy}\right) = 0$$

ou

$$f(x, y, z, p, q) = 0.$$

Or, supposons qu'on en voulût tirer seulement la sui
valeurs de z correspondant à une suite indéfinie de valeurs

$$x, \; x + dx, \; x + 2dx, \; \ldots,$$

et à une même valeur de y; en d'autres termes, supposons q
voulût construire la section de la surface dont les coordo

ɛnt x, y et z, par un plan parallèle au plan des zx : on pour-
se donner x_0, y_0, z_0 et q_0; l'équation fournirait alors p_0 et,
son moyen, on parviendrait au point

$$(x_0 + dx_0, y_0, z_1).$$

, arrivé en ce point, il faudrait aussi se donner q_1, pour pou-
calculer p_1 et continuer. Il faudrait ainsi se donner, de proche
roche, toutes les valeurs de q en tous les points de la surface
enus dans le plan

$$y = y_0;$$

se donner ces valeurs reviendrait à se donner une relation
e q et x et la constante arbitraire y. Cette relation détermi-
it du reste entièrement la surface. En effet elle déterminerait
ord la section par le plan

$$y = y_0,$$

comme p_0 et p_0 seraient déterminés, le point correspondant
et $y_0 + dy_0$ le serait aussi, de sorte que la section par le

$$y = y_0 + dy_0$$

t aussi déterminée, et ainsi de suite.

n voit donc que, pour déterminer complètement la surface
ndant à une équation différentielle

$$f(x, y, z, p, q) = 0,$$

aurait à choisir, à volonté d'ailleurs, une certaine relation;
conséquent l'intégrale la plus générale d'une équation aux
érentielles partielles du premier ordre d'une fonction de deux
iables indépendantes devra contenir une fonction arbitraire; et

il n'est pas difficile de concevoir que l'indétermination c rapidement avec l'ordre de l'équation différentielle.

Mais ces indications ne pourront être complétées qu loin, à propos des travaux de Monge.

Progrès de l'Arithmétique.

Les tables de logarithmes et les tables trigonométriques dent et se perfectionnent; l'Arithmétique profite aussi des grès de la théorie des suites et de celle des différences finies.

Deparcieux établit les premières tables de mortalité.

Progrès de l'Algèbre.

Newton établit la formule des coefficients du binôme, i un nouveau moyen de trouver la limite supérieure des r d'une équation numérique et une méthode pour l'appro tion successive des racines; il fonde la théorie des fon symétriques des racines des équations algébriques et rés problème général de l'interpolation, en déterminant le pol le plus général du degré m qui prend $m+1$ valeurs d pour $m+1$ valeurs de la variable.

Maclaurin simplifie la recherche de la limite supérieure racines des équations numériques. Rolle enseigne une m pour déterminer par des essais successifs le nombre des r réelles d'une équation numérique et les séparer. Moivre

la théorie des séries récurrentes et découvre la formule qui t un premier rapprochement entre les fonctions circulaires fonctions exponentielles. Montmort, Moivre et Nicole ent le calcul des probabilités. Cramer donne la règle d'après lle se forment, en fonction des coefficients, les valeurs des nues d'un système d'équations du premier degré.

Progrès de l'Analyse.

ibniz et les Bernoulli fondent l'analyse infinitésimale, Newton avait antérieurement constitué, par une méthode pénible, simple prolongement de celle de Barrow, le tre équivalent à ce que nous appelons aujourd'hui la e des dérivées des fonctions algébriques, avec retour aux ons primitives, dans quelques cas simples. Lhopital une règle pour trouver la valeur limite vers laquelle ne expression qui prend une forme illusoire. Côtes réduit ps de doctrine la question de l'intégration des différen- rationnelles; Moivre lève les dernières difficultés que tait cette question. Nicole s'attache à développer la théorie lcul des différences finies, qu'il enrichit de la sommation ites intéressantes. Taylor découvre la formule générale veloppement en série de l'accroissement d'une fonction la variable a subi un accroissement fini. Maclaurin donne emière démonstration de la formule de Taylor. Nicolas ulli établit les conditions d'intégrabilité d'une expression ntant la forme d'une différentielle totale. Fontaine des

Bertins montre que l'intégrale générale d'une équation tielle de l'ordre *m* doit contenir *m* constantes arbitraires et Jean Bernoulli fondent la théorie des isopérimètres, dire des maximums et minimums d'intégrales portant différentielles où une fonction arbitraire se trouve variable indépendante. Fagnano jette les bases de la fonctions elliptiques, par ses recherches sur les arcs d'hyperbole qui ont des différences assignables, et sur la tion d'un arc de lemniscate.

Progrès de la Géométrie.

Ceva démontre, par une application des principes de tique, différents théorèmes importants relatifs à la transversales. Tschirnhausen imagine et étudie les caustiques réflexion, d'où sort peu après la théorie des enveloppes. classe toutes les courbes du troisième ordre et fait voir se déduisent toutes, par perspective, de cinq d'entre elles. résout le problème de construire une conique dont on le foyer et trois points. Saurin éclaircit la question des gentes aux points multiples des courbes algébriques; Lambert se partagent l'honneur d'avoir donné naissance Trigonométrie imaginaire. Côtes donne son théorème moyenne harmonique entre les distances d'un point points de rencontre d'une sécante quelconque, menée de avec une courbe de degré *m*. Frézier prélude à l'invention Géométrie descriptive. Maclaurin étend considérablement

des transversales et en tire la construction du cercle oscu-
à une courbe algébrique en l'un quelconque de ses points.

Progrès de la Mécanique.

n construit la première machine mue par la vapeur. et Newcommen y ajoutent d'importants perfectionne- Newton détermine les lois du mouvement d'un point el attiré vers un centre fixe par une force inversement tionnelle au quarré de sa distance à ce centre. Sauveur la formule de la résistance éprouvée par une corde qui sur la circonférence d'un cercle fixe. Varignon constitue rie des moments, énonce le principe des vitesses virtuelles érifie sur toutes les machines simples et résout la question [uilibre d'un polygone funiculaire. Amontons ébauche la du frottement. Parent, puis Deparcieux, entament avec la théorie des roues hydrauliques et celle des moulins à Maclaurin calcule l'attraction exercée par un ellipsoïde ène sur une molécule matérielle située à sa surface ou on intérieur; il démontre qu'une masse fluide homogène d'un mouvement de rotation autour d'un axe passant centre de gravité doit prendre la figure d'un ellipsoïde lution autour de cet axe; il ébauche la théorie des marées. z, les Bernoulli, Jacques et Jean, Newton, Lhopital et ens résolvent les problèmes de la brachystochrone, de nette, etc. Daniel Bernoulli établit son théorème sur la n variable d'un liquide le long d'une veine pesante, sou- un régime permanent.

Progrès de l'Astronomie.

Newton établit le principe de la gravitation un
comme conséquence des deux premières lois de Képler
que la force qui retient la Lune dans son orbite n'es
que la pesanteur; en un mot, fonde le système du
Rœmer détermine la vitesse de la lumière, découverte q
sur toutes les données astronomiques. Halley donne la
méthode pour la détermination des trajectoires des
et prédit pour 1682 le retour de celle que Képler avait
en 1607. Louville donne une évaluation un peu plus
chée que les précédentes de la diminution de l'obliq
l'écliptique. Leroy construit des montres plus dignes du
chronomètres. Delisle perfectionne, pour la déterminatio
parallaxe du Soleil, la méthode fondée sur l'observation
sages de Vénus et de Mercure, imaginée par Halley. Bra
couvre la nutation de la ligne des pôles terrestres et l'ab
des étoiles fixes.

Progrès de la Physique.

Newton analyse la lumière solaire.

Rœmer détermine la vitesse de propagation de la l
Homberg signale de nouveau l'accroissement de volume
un peu avant sa congélation. Sauveur fonde les bases de l'
tique. Graham imagine le premier mode de compensation
dule. Ditton donne la première explication des phénom
capillarité. Balthazar invente le microscope solaire. R

ıit le premier thermomètre. Fahrenheit imagine son aréo- construit le thermomètre à mercure et invente l'héliostat. ɜr invente l'héliomètre. Klingenstierna soupçonne la pos- d'obtenir des lunettes achromatiques; Dollond réussit ir un résultat si désirable.

Progrès de la Chimie.

berg pose les premières bases de la loi des proportions ·, par ses remarques sur la saturation réciproque des acides alcalis. Brandt découvre le cobalt et l'arsenic et les range les métaux. Mayow distingue dans l'air atmosphérique arts, l'une qui entretient la combustion et qu'il appelle *ıl*, l'autre qui y reste étrangère. Lémery achève de débar- a Chimie de toutes les visées philosophales.

Progrès de la Physiologie.

soecker découvre les animalcules séminaux. Sarrabat re- : la circulation de la sève dans les plantes. Duhamel du ıu décrit les lois de l'accroissement des plantes, de la on de l'écorce et du bois, la manière dont les branches se ·ment en racines et réciproquement. Mayow pense que *sel vital* contenu dans l'air qui artérialise le sang, en ınt aux molécules *sulfureuses* qu'il contient.

BIOGRAPHIE

DES

SAVANTS DE LA ONZIÈME PÉRIODE

ET

ANALYSE DE LEURS TRAVAUX.

ISAAC NEWTON.

(Né à Woolsthorpe, dans le Lincolnshire, en 1642, mort à Kensington en 17

On ne le crut pas destiné à vivre, car il était né avant
comme Kepler. Sa mère devint veuve peu après lui avoir
naissance et se remaria. L'enfant, âgé alors de trois
confié à sa grand'mère, qui lui fit donner les premiers é
de l'instruction dans l'école du village. Il fut envoyé, à l'
douze ans, à Grantham, pour y apprendre le latin. Il rac
même qu'il était d'abord très inattentif et un des derniers
classe. Il ne serait sorti de sa léthargie que pour enlever
le premier à un de ses camarades qui l'avait battu. Sa
taille et sa débilité l'éloignaient des jeux bruyants de ses
ciples. Il passait tout le temps des récréations à constr
machines de diverses sortes : de petits moulins où une
faisait l'office de meunier, une horloge à eau, dont l'aigui
mue par un petit morceau de bois qui s'enfonçait à mesu

'écoulait, un cadran solaire, une voiture que le conducteur ur le siège mettait en mouvement avec les bras. Il s'exer- issi au dessin et à la peinture, pour laquelle il conserva rs un goût marqué et qu'il cultiva avec un certain succès. nt son séjour à Grantham, Newton était logé chez le r Clark, pharmacien de cette ville, et il y conçut pour oray, plus tard Mme Vincent, une passion enfantine qui une amitié de toute la vie.

nère de Newton devint veuve une seconde fois et revint à thorpe avec les enfants de son second mariage. Elle a près d'elle son fils aîné, pour qu'il l'aidât à gérer son ien; mais elle ne tarda pas à s'apercevoir que les goûts de t pour l'étude et la méditation le rendaient d'un faible s dans les questions d'achat et de vente de grains et de es.

conseils d'un oncle de Newton, alors âgé de dix-neuf ans, dèrent à l'envoyer au collège de la Trinité, à Cambridge. n y suivit les leçons de Barrow, et s'y familiarisa avec *métrie* de Descartes et l'*Arithmétique des infinis* de

vers cette époque qu'il paraît avoir découvert la formule fficients du binôme, qui a gardé son nom, et les premiers ts de la *Méthode des fluxions*, à laquelle conduisaient lement les beaux travaux de ses deux maîtres, Barrow et Il paraît avoir commencé alors à s'occuper de recherches umière, et avoir reconnu qu'un rayon de soleil, tombant prisme de verre par un petit trou pratiqué dans le volet chambre obscure, se divise de manière à produire sur le ne image formée des sept couleurs de l'arc-en-ciel. Le fait,

compléta l'explication du phénomène de l'arc-en-ciel, ait donnée Descartes.

ɔs la même année 1671, il exécuta de ses propres mains élescope à réflexion. Ce télescope ne diffère de celui que l Grégory avait décrit dans l'année 1663 qu'en ce que on plaçait l'oculaire sur le côté du tube, tandis que Gré- e mettait derrière le miroir sphérique, évidé en son milieu. l'un et l'autre, des miroirs convenablement disposés ren- ent l'image au foyer de la loupe. Mersenne, avait déjà, 39, proposé la substitution de ce genre d'instruments au ɔpe de Galilée.

uvrage qui commença la réputation de Newton est proba- :nt son *Arithmétique universelle*, qu'il écrivit sans doute ses élèves, dès les premières années où il professa les Mathé- ues à Cambridge. Cet ouvrage n'était pas destiné à l'im- ɔn; il n'a été publié qu'en 1707, par G. Whiston, qui avait acé Newton dans sa chaire en 1695. Plusieurs autres ɪs parurent en 1722, 1728, 1769. Le titre complet est : *netica universalis, sive de compositione arithmetica liber*, *e Is. Newton.* On y trouve le calcul des fractions déci- , celui des racines, le calcul algébrique des radicaux, la tion des équations des premiers degrés, la composition des :ients des équations de degrés quelconques, la transforma- les équations et leur résolution pour les quatre premiers s, avec la construction des racines, la théorie de l'élimi- n et un grand nombre de problèmes très intéressants de étrie, résolus par l'Algèbre. Cet ouvrage révélait déjà un sseur éminent.

ɪmmé, le 11 janvier 1672, membre de la Société royale de

Londres, sur la proposition de l'évêque de Salisbury, New obligé de demander à être dispensé de la contribution heb daire de 1 schelling (1fr, 25) imposée à chaque membre.

C'est au commencement de 1675 qu'il communiq Société royale son explication des couleurs différentes des exposés à la lumière blanche. (Il en avait donné des dès 1672, dans quelques lettres adressées à Oldenbourg furent insérées alors dans les *Transactions philosophiq* fin de la même année, il donna sa théorie des couleurs p par la superposition des lames minces. Ce dernier phé avait déjà été observé par Boyle et Hooke. Les observati l'inflexion de la lumière (diffraction), découverte par Gri n'ont été publiées qu'en 1704, dans la première édi *Traité d'Optique* en anglais, qu'il ne faut pas confondre les *Lectiones opticæ*. Nous allons dire un mot de ce tr qui ne nous empêchera pas de revenir sur les travaux de de l'illustre géomètre.

Newton y décrit les expériences qui établissent la comp de la lumière blanche et explique l'inégale réfrangibilité des leurs; il en déduit la théorie de l'arc-en-ciel, et développe l'hypothèse de l'émission, d'après laquelle les rayons de la doivent être considérés comme dus au mouvement de fort corpuscules lancés ou poussés hors des corps lumine explique dans cette hypothèse, par des attractions et des sions à de très petites distances, les divers phénomènes au donne lieu la lumière.

La théorie de l'émission est aujourd'hui remplacée p des ondulations; il serait donc superflu d'insister sur les vi démonstrations de Newton. Mais il convient d'observer q

préconçues l'ayant conduit à rejeter l'explication donnée Iuyghens du phénomène de la double réfraction, l'autorité n nom a malheureusement concouru à écarter pendant près ıt ans les physiciens de la bonne voie; de sorte que Newton t encouru rigoureusement le reproche de moderne aristo- ıe, que lui et ses partisans adressèrent si amèrement à la ɔire de Descartes, tandis que les tourbillons, tant bafoués, ent, au contraire, excité le génie d'Huyghens.

Ɔptique de Newton contient une prédiction qui a été dée comme presque divine : on y lit que le diamant est pro- ment une substance onctueuse coagulée, parce que son ɔir réfringent est beaucoup plus considérable que sa densité comporterait, si on le compare aux autres corps. La qualité une substance d'être onctueuse, mais coagulée, ne paraît rès caractéristique; au reste, il est juste de faire observer expérience dans laquelle Averani et Targioni, membres de lémie *del Cimento*, brûlèrent du diamant sous les yeux du -duc de Toscane, est de 1694, antérieure par conséquent x ans à la publication du *Traité d'Optique*. Newton a ›nnaître cette expérience, qui eut un assez grand retentis- ıt. En résumé, si Newton a montré d'une façon éclatante sources immenses de son génie, dans la partie théorique de *Ɔptique*, il n'a toutefois rendu de services durables à la e de la lumière que comme expérimentateur d'une habileté ne sagacité, il est vrai, incomparables.

autres travaux, en physique, ont moins d'importance. Le ıomètre dont il se servait habituellement et qu'il avait ruit lui-même, avait pour points fixes la température de la fondante et celle du corps humain; mais la température du

corps humain varie avec une foule de circonstances. L'inter
était divisé en douze parties égales.

Il proposa, pour le refroidissement, la loi suivante, qui p
nom : *la quantité de chaleur perdue par un corps, dans un
très petit, est proportionnelle à l'excès de sa tempéra
celle du milieu ambiant.*

Ce serait lui, paraît-il, qui aurait le premier constaté l'é
sation d'une lame de verre frottée avec du drap.

Il croyait que les aimants agissent les uns sur les au
raison inverse du cube de la distance.

Des considérations théoriques l'avaient amené à a
que *la résistance opposée par un fluide à un corps en mou
est égale au poids de ce fluide contenu dans le cylin
conscrit au corps, parallèlement à la direction du mouv
et dont la hauteur serait celle dont le mobile devrait t
pour acquérir sa vitesse.*

Il a donné aussi une formule pour la vitesse de propa
du son dans un gaz.

Le roi Charles II accorda à Newton, en 1675, les dis
nécessaires pour qu'il pût conserver sa place de profess
collège de la Trinité, sans entrer dans les ordres. Peu
Jacques II ayant voulu imposer à l'université de Cam
la réception d'un moine bénédictin au grade de maître-ès
Newton fut chargé par ses collègues de défendre les pri
universitaires devant la haute cour de justice. Le roi cé
succès fut plus tard pour Newton le point de départ d'une
rière politique où, soit timidité, soit inaptitude aux affaires
jeta aucun éclat. Ses collègues le chargèrent, de 1688 à 1
les représenter au Parlement. Il montra beaucoup d'assid

e les débats, mais ne parla, dit-on, qu'une seule fois, pour l'huissier de fermer une fenêtre.

st probablement vers l'année 1683 que Newton composa *rincipes mathématiques de philosophie naturelle*, où il le pour la première fois la doctrine de l'attraction univer- Il était sans doute depuis longtemps en possession de ces ipes; car c'est à l'époque de sa retraite momentanée, en 1666, l'on rapporte l'anecdote de cette chute d'une pomme qui t attiré son attention sur les lois de la pesanteur. Toutefois, 566, il ne pouvait savoir de Mécanique que ce qu'avait avert Galilée, et ce n'est qu'après avoir étudié le traité yghens *de horologio oscillatorio* qu'il conçut l'idée d'appli- le calcul au mouvement de la Lune, pour comparer la force n retient l'unité de masse dans son orbite au poids de cette e unité de masse à la surface de la Terre, et déduire de cette araison la loi de la variation de la pesanteur avec la nce.

valeur attribuée au rapport du rayon terrestre à la distance Terre à la Lune n'étant pas exacte, Newton trouva que le de l'unité de masse, à la distance de la Lune, calculé d'après de la variation en raison inverse du quarré de la distance, ssait d'un sixième la force qui, d'après la loi connue du ement de circulation de notre satellite, devait être réelle- appliquée à cette unité de masse, pour la maintenir dans orbite. D'après cela, Newton crut d'abord la loi fausse et donna son travail; mais, en 1682, les résultats obtenus en ce par Picard ayant été communiqués à la Société royale, ton revint à son idée première. Cette fois, l'accord fut par- La joie de ce beau triomphe, si longtemps et si patiemment

attendu, mit, dit-on, l'immortel auteur des *Principes* dans un état tel d'excitation nerveuse, qu'il ne put pas vérifier lui-même son calcul et fut obligé d'en confier le soin à un ami.

Le manuscrit des *Principes mathématiques de Philosophie naturelle* fut présenté à la Société royale le 28 avril 1686. Ce manuscrit, tout entier de la main de l'auteur, est le plus précieux trésor de la Société, qui possède, en outre, le cadran solaire fait par Newton enfant, et son télescope réflecteur. La publication eut lieu en mai 1687. Halley la fit à ses frais; c'est lui, du reste, qui avait obtenu de Newton une copie de son immortel ouvrage pour la Société royale. Les fonds nécessaires à l'impression avaient été votés par cette Société, mais il fallait attendre qu'ils fussent prêts, et l'enthousiasme de Halley ne pouvait supporter aucun retard.

Nous résumerons en quelques mots les lois de la gravitation universelle : 1° Toutes les particules de matière répandues dans l'univers s'attirent mutuellement en raison directe de leurs masses et en raison inverse du quarré de leur distance; 2° cette force est indépendante du temps; elle agit à travers toutes les substances, quels que soient leur nature et leur état de repos ou de mouvement; 3° quand deux corps sphériques s'attirent, l'attraction s'exerce précisément comme si la masse entière était réunie au centre de chaque sphère, et, par conséquent, comme si chacun d'eux n'était formé que d'une seule particule; 4° deux corps sphériques obéissant à l'action de l'attraction, se meuvent de façon que chacun d'eux décrit autour de leur centre commun de gravité des courbes appartenant aux sections coniques.

L'observation a prouvé que ces lois gouvernent notre système solaire, et les découvertes récentes sur les étoiles doubles

é qu'elles règlent également la marche des astres les plus
és, de sorte qu'on peut dire que l'attraction universelle est
; haute, la plus vaste généralisation à laquelle la Science soit
ıue.
ivre des *Principes* est le principal titre de gloire de Newton.
:ur y rend compte, à l'aide de sa théorie, de la plupart des
mènes astronomiques; il rattache les inégalités du mou-
t de la Lune à l'action perturbatrice du Soleil; il montre
s marées naissent de l'inégalité de l'attraction que le Soleil et
ıe exercent sur la Terre et l'Océan qui l'entoure; enfin il
que la précession des équinoxes n'est qu'une conséquence
aire des actions exercées par le Soleil et la Lune sur le mé-
: terrestre que retrancherait la sphère décrite sur la ligne
pôles comme diamètre.
marche que suit Newton dans cet immortel Ouvrage est
simple que possible : après avoir rappelé les théorèmes de
ıique déjà connus, auxquels cependant il ajoute sans dé-
ration le principe de la conservation du mouvement du
de gravité, Newton démontre d'abord très simplement le
me des aires, quelle que soit la loi de variation de la force cen-
:t prouve réciproquement que la force est dirigée vers le
des aires, dans tout mouvement quelconque où le théorème
que; il calcule ensuite la force accélératrice dans le cas d'un
:ment elliptique où la loi des aires s'observe par rapport au
et trouve que cette force varie en raison inverse du quarré
'on vecteur; enfin, retournant le problème, il suppose un
: attiré vers un centre fixe, en raison inverse du quarré de la
ce, et il trouve que la trajectoire sera une conique.
:e théorie si simple est admirable de tous points; mais il

est juste, en rendant à Newton les honneurs qu'il mérite, nommer Huyghens, dont la théorie de la force centripète le mouvement circulaire uniforme avait en partie aplani les difficultés.

Le second livre des *Principes* traite du mouvement dans un milieu résistant. Il présente moins d'intérêt. Mais le troisième, où Newton applique au système du monde les principes établis dans le premier, ne saurait être loué autant qu'il le mérite, et l'on comprend l'enthousiasme dont Voltaire témoigne dans ces vers :

> Confidents du Très-Haut, substances éternelles,
> Qui brûlez de ses feux, qui couvrez de vos ailes
> Le trône où votre maître est assis parmi vous,
> Parlez! du grand Newton n'étiez-vous point jaloux?

Dans ce troisième livre, Newton aborde la détermination des masses du Soleil, des planètes et de leurs satellites : la méthode consiste essentiellement à traiter les corps secondaires comme des molécules en comparaison avec les corps principaux.

Ainsi, pour obtenir le rapport des masses du Soleil et de la Terre, Newton détermine l'accélération de Mercure, au moyen du rayon de son orbite et de la durée de sa révolution ; il en conclut, par la loi de variation de l'attraction avec la distance, l'accélération que le Soleil imprimerait à un corps placé à sa surface. D'un autre côté, on connaît l'accélération imprimée par la Terre à un corps placé à sa surface, on en déduit celle qu'elle imprimerait à un corps placé à une distance de son centre égale au rayon du Soleil : or, le rapport des deux accélérations communiquées par le Soleil et la Terre à un même corps, à des distances égales de leurs centres, est précisément celui de leurs masses.

sant de là à une planète ayant un satellite, Newton calcule ème l'accélération communiquée par la planète à son satel-l en conclut l'accélération que la planète communiquerait corps placé à une distance de son centre égale au rayon du ; il connaît d'ailleurs l'accélération que le Soleil commu-rait à un corps placé à sa surface : le rapport de ces deux rations donne encore le rapport des masses de la planète et leil.

voit que la recherche des masses des satellites échappe à méthode; mais, pour la Lune, Newton parvient à résoudre estion au moyen de l'observation des marées. Il remarque ans les syzygies les actions du Soleil et de la Lune sur les de la mer s'ajoutent, tandis qu'elles se retranchent dans les atures, de sorte qu'en comparant la somme des produits, le premier cas, à leur différence, dans le second, il peut en re le rapport des attractions exercées séparément par les astres, et, en tenant ensuite compte des distances qui les ent du point attiré, il parvient au rapport de leurs masses. wton trouva que les masses du Soleil, de Jupiter, de ne et de la Terre sont comme

$$1,\ \frac{1}{1033},\ \frac{1}{2401},\ \frac{1}{227512};$$

trouvé depuis les nombres

$$1,\ \frac{1}{1050},\ \frac{1}{3500},\ \frac{1}{354936}.$$

wton avait trouvé, pour le rapport des masses de la Lune la Terre, $\frac{1}{40}$, on a trouvé depuis $\frac{1}{88}$.

Lagrange, anéanti devant un pareil prodige de l'esprit h disait tristement qu'il n'y avait plus de système du m découvrir; il sentait qu'il était né trop tard.

Il est regrettable que Newton ait cru devoir ajouter ouvrage une diatribe juste, mais inutile, contre les to de Descartes.

Le livre des *Principes* a donné lieu à des jugements co sur la marche qu'avait dû suivre l'auteur pour parvenir à couvertes. « On ne voit guère, dit Clairaut, pour retrouver min suivi par Newton (dans sa théorie des inégalités de la que quelques corollaires de la proposition LXVI du Li Mais comment a-t-il employé les altérations de la force et quels principes a-t-il suivis pour éviter ou vaincre la cation extrême et les difficultés de calcul que présent recherche? C'est ce qu'on n'a pu encore découvrir d'une satisfaisante. » Puis il reprend : « Il paraît d'autant plus d'avoir caché sa méthode, qu'il s'exposait à faire croire théorèmes étaient, comme ceux des astronomes qui l'avaie cédé, le résultat de l'examen des observations, au lieu d' conséquence qu'il eût tirée de son principe général. »

« C'est certainement, dit Arago, aux méthodes de cal avait inventées que Newton dut d'avoir pu créer la théo gravitation universelle. »

Montucla ne doute aucunement que Newton ne fût en sion du calcul des fluxions avant d'avoir mis la premièr son livre des *Principes*, et il en donne pour raison le chemin qu'il restait à faire après les travaux de Barrow Wallis. La preuve serait bonne si l'analyse infinitési bornait au calcul des fluxions ou des différentielles des

ites ou implicites; mais ce calcul n'en constitue que les
ers éléments.
sut dit à son tour : « La clef des plus difficiles problèmes
nt résolus dans le livre des *Principes* est la méthode des
ns ou l'analyse infinitésimale, mais présentée sous une
moins simple. On y trouva de l'obscurité, des démonstra-
puisées dans des sources trop détournées, un usage trop
de la méthode synthétique des anciens... L'extrême con-
de quelques endroits fit penser ou que Newton, doué d'une
té extraordinaire, avait un peu trop présumé de celle de
cteurs, ou que, par une faiblesse dont les plus grands
es ne sont pas toujours exempts, il avait cherché à sur-
re une admiration que le vulgaire accorde facilement aux
qui passent son intelligence. Quoi qu'il en soit, on vit, à
ouvoir douter, que des théorèmes et des problèmes enve-
dans une synthèse compliquée avaient été trouvés originai-
t par l'analyse. Mais en même temps on rendit à Newton la
de reconnaître qu'à l'époque de la publication de son
il possédait la méthode des fluxions dans un haut degré. »
vrai que Bossut termine sa phrase en ajoutant, pour ren-
ce qu'il vient de dire : « Du moins quant à la partie qui
ne les quadratures des courbes. »
Chasles dit dans son *Histoire de la Géométrie :* « On n'a
sez approfondi la nature et l'esprit des belles méthodes qui
nduit Newton et Maclaurin à leurs grandes découvertes.
préféré, après avoir traduit ces méthodes en analyse, faire
ur à celle-ci des grands travaux de Newton, que ce phi-
e aurait revêtus ensuite de la forme géométrique. Supposi-
gratuite... Il suffit de rappeler que, pour attribuer à la

méthode analytique les découvertes de Newton, on est
convenir que ce géomètre aurait fait usage du calcul de
tions, dont l'invention est due à l'illustre Lagrange. Es
sible d'admettre que le grand Newton aurait méconnu
caractère et l'immense importance d'une telle découverte
passer sous silence ? Autant valait qu'il ne produisît pas
son calcul des fluxions. Au reste, en attribuant à l'an
découvertes de Newton, on devrait, pour être conséquent
autant des travaux de Maclaurin et de Stewart. »

A propos de la question que soulève Clairaut, si Newton
sa théorie de la Lune, n'a pas présenté comme déductions
ques des résultats qu'il n'avait puisés que dans les obs
Delambre dit : « Voilà ce que plus d'une fois nous avons
de croire, en lisant Newton, et ce que nous ne nous ser
permis d'articuler, sans un garant tel que Clairaut. »

Nous examinerons plus loin les questions soulevées
auteurs que nous venons de citer, mais nous pouvons
ici à l'avance les conclusions auxquelles nous avons été a
l'étude attentive que nous avons faite des œuvres de New

Nous croyons qu'il serait impossible de préciser l'é
laquelle Newton conçut nettement l'idée de sa méth
fluxions, mais il est certain qu'il en était en possession
une forme plus ou moins parfaite, dès 1676, puisqu'il la
à cette époque, sous des anagrammes, dans deux lettres
pour Leibniz et qui lui furent transmises par Oldenbour
secrétaire de la Société royale de Londres. Ces deux
contiennent en effet les nombres des différentes lettres
phabet contenues dans les deux phrases suivantes rela
deux grandes subdivisions du calcul infinitésimal :

ta æquatione quotcunque fluentes quantitates involvente, nes invenire, et vice versa. »

-à-dire : étant donnée une équation où se trouvent mêlées s variables (fluentes), trouver les fluxions de ces variables.

« *Una methodus consistit in extractione fluentis quan- ex æquatione simul involvente fluxionem ejus : altera in assumptione seriei pro quantitate qualibet incognita cætera commode derivari possunt, et in collatione termi- homologorum æquationis resultantis, ad eruendos os assumptæ seriei.* »

-à-dire : l'une des méthodes consiste à extraire une fluente ation qui la contient avec sa fluxion : l'autre à exprimer nue par une série d'où l'on puisse tirer aisément tout le t dans un arrangement des termes de l'équation qui faci- alcul des termes de cette série.

ois que Newton exagérait un peu en se disant en mesure époque d'intégrer des équations contenant la variable, la n et la fluxion de cette fonction; ou, au moins, que ses s d'intégration n'étaient fondés que sur des développements s, nécessairement irrégulières, c'est-à-dire dont les termes vaient se déduire les uns des autres d'après une loi déter- Mais il faut avouer que, dans ces mêmes lettres, Newton e les théories anciennes des quadratures jusqu'à la décou- n premier cas d'intégrabilité $\left(\frac{m+1}{n} = \text{entier}\right)$ de la diffé- binôme

$$ax^m(b+cx^n)^p$$

et p sont quelconques; et qu'il donne des développements s de $\sin x$ et $\arcsin x$, $\tan x$ et $\operatorname{arc\,tang} x$.

Ainsi il est certain que Newton, dès 1676, possédait
certaine mesure, la méthode des fluxions, ou des déri
solution, probablement par développements en séries, du p
inverse des tangentes.

Toutefois le livre des *Principes de la Philosophie*
publié en 1687, c'est-à-dire trois ans après la *Nova m*
Leibniz ne contient qu'une exposition extrêmement su
d'ailleurs très mauvaise, de la méthode des fluxions, de
y a lieu de croire que Newton a amélioré cette théorie
de ses ouvrages qui ont été publiés postérieurement.

D'ailleurs Newton ne fait pas une seule fois usage
méthode, dans les *Principes de la Philosophie naturelle*
qu'il la possédât comme nous venons de le montrer,
écrivait ce grand ouvrage, mais il y a lieu de distinguer
de son abstention à cet égard.

Dans la Première Partie du Premier Livre, où il ne s
des principes généraux de la Dynamique du point ma
théorème des aires et de ses applications, Newton n'est
ment arrivé à ses conclusions que par des considéra
Géométrie infinitésimale ; et les démonstrations qui
doivent être exactement celles qui se sont d'abord p
à lui.

Dans la Seconde Partie de ce même Livre, et dans
Livre, au contraire, notamment dans la solution du prob
mouvement rectiligne d'un point matériel partant du
attiré vers un centre fixe par une force qui varie e
inverse du quarré de la distance, Newton, voulant sa
encore tenir cachées ses méthodes de quadrature, a com
signe maladresse, vis-à-vis de lui-même, et la faute

du public, de substituer à des calculs extrêmement simples
ẽrations géométriques très embrouillées, mais, par cela
capables, au plus haut point, d'exciter une admiration
née pour des combinaisons si extraordinairement ingé-
, si elles avaient constitué la méthode d'invention.
ıt aux questions que soulève le doute exprimé par Clai-
: reproduit par Delambre, de savoir comment Newton
pu calculer les différentes inégalités de la Lune, nous
; qu'il n'a même pas tenté les intégrations qui eussent été
ires pour cela, et que personne n'a pu aborder depuis lui.
ous n'en conclurions pas qu'il ait simplement emprunté
héméride les résultats qu'il donne comme les ayant
s par le calcul. Newton n'a certainement pas fait algébri-
ıt les intégrations dont il s'agit : mais il les aura faites
ẽtiquement, c'est-à-dire qu'il a eu recours à des quadra-
ıpprochées, en substituant à des courbes continues des
nes de côtés assez petits pour que les erreurs ne fussent pas
andes. Nous croyons que ce sont là les calculs que Newton
ir faits; il a laissé, au reste, d'assez nombreux exemples
.erches numériques aussi opiniâtrement conduites. Il dit
me, dans sa seconde lettre à Leibniz, à propos de la
ıction des tables de logarithmes : « J'ai honte de dire les
:alculs que j'ai achevés dans ces recherches, car, étant de
'e m'y délectais certainement trop. » Ce sentiment, que
ı exprime par les mots « *me pudet* », est assez naturel
n géomètre nourri à l'école de l'Antiquité; cependant
ıède, aussi bon physicien qu'excellent géomètre, n'avait
honte de calculer le rapport de la circonférence au dia-
et Newton avait comme lui, au plus haut point, les deux

ne droite quelconque coïncide toujours avec
oyennes distances des points de rencontre du
ptotes de la courbe avec la même droite. Newton,
ppose que la courbe a autant d'asymptotes réelles
son degré. Ces théorèmes généraux sont énoncés
ons. Le premier appartient à Côtes.
a dans l'équation du troisième degré soixante-
férentes de courbes. Cette classification n'offrirait
en inférieur à celui de ses autres travaux; mais
is cette prodigieuse assertion, donnée aussi sans
érifiée par Clairaut, Nicole, Murdoche et le père
isi que le cercle, étant présenté à un point lumi-
ır son ombre toutes les courbes du second degré,
iq paraboles divergentes donnent par leur ombre
es courbes du troisième degré. » L'ouvrage se
description organique des coniques, qui fut reprise
et Braikenridge.

e *la quadrature des courbes* appartient à la nou-
par les applications qu'y donne Newton de sa for-
ôme, dans le cas d'un exposant quelconque, par
des différentielles rationnelles, préparée par Côtes et
par la quadrature exacte ou approchée de la courbe
ion serait

$$y = ax^m (b + cx^n)^p,$$

lésignent des nombres quelconques, entiers ou frac-
positifs ou négatifs. Newton, comme nous l'avons déjà
en 1676, adressé à Leibniz la solution de cette question,
démonstration ni même explication quelconque.

ception de Newton et il y avait remédié tout
nt pour point de départ de toute sa théorie la
ire toutes les fonctions à un même type, fourni
ppements en séries, suivant la formule de

uvaise, ce qui importe peu, puisqu'elle n'était
saire, sa démonstration algébrique de l'identité
us ou moins étendu d'une fonction quelconque
type

$$\ldots_0 + y'_0 \frac{x - x_0}{1} + y''_0 \frac{(x - x_0)^2}{1.2} + \ldots$$

avantage de mettre immédiatement en évidence
oi des dérivées et particulièrement le nombre de
ient intervenir dans la solution de chaque ques-
L'idée fondamentale de Leibniz se retrouvait
forme à peu près équivalente dans cette nouvelle
si deux fonctions avaient même valeur pour une
e la variable, et que leurs n premières dérivées,
ur de la variable, fussent aussi les mêmes, elles
raient plus l'une de l'autre que par les termes
e $(n+1)^{\text{ième}}$, dans leurs développements,

$$\ldots_0) + A_2 (x - x_0)^2 + \ldots + A_n (x - x_0)^n + \ldots.$$

n ne possédait aucune méthode analogue pour
au concret. En sorte que ce qu'il accusait Leibniz
bé ne lui avait en réalité jamais appartenu.
it Leibniz aurait-il pu détourner quelque partie
le Newton?

Nous avons dit ce que Newton lui avait *généreusem*...
muniqué : une méthode pour le développement en sé...
fonctions explicites par divisions ou par extractions de...
une méthode pour développer en séries les racines d'un...
entre deux variables; et en plus, relativement à la mét...
fluxions, des énoncés tels que :

$$6a, 2c, d, æ, 13e, 2f, 7i, 3l, 9u, 4o, \ldots$$

Newton n'avait confié sa méthode des fluxions qu'à s...
intimes amis Wallis, Collins, Côtes, qui avaient défens...
jaser en public.

Où est la possibilité du plagiat ? et Newton s'étant pr...
même du mérite de sa découverte partielle, avait-il autre...
faire que de laisser son digne émule jouir en paix de la...
qu'il s'était acquise?

Leibniz avait publié en 1684, dans le numéro d'octo...
Acta eruditorum, sa *Nova methodus pro maximis et* ...
itemque tangentibus, quæ nec fractas nec irrationales ...
tates moratur, et singulare pro illis calculi genus; de ...
1696, ses défis aux cartésiens, ses luttes courtoises av...
frères Bernoulli et le marquis de Lhôpital avaient ...
les journaux de France et d'Allemagne, et Newton n'av...
paru dans la lice. On ne l'y voit qu'à partir de 1696; i...
résout successivement le problème du *Solide de la moindre*...
stance, celui de la *Brachystochrone*, et plusieurs autres.

Ces faits et ces dates indiquent bien que Newton, en poss...
depuis longtemps des éléments de la méthode des fluxions ...
aux deux questions spéciales des tangentes et des quadr...

a silencieusement, à partir de 1684, à se faire une méthode omplète que paraissait l'être celle de Leibniz et des Ber-. Il y parvint sans doute sans secours étranger; mais tout à croire qu'il ne fut excité que par les découvertes des géo- du continent.

si l'on admet cette hypothèse, qui malheureusement n'est op probable, la conduite que tint Newton vis-à-vis de iz laisserait sur sa vie une tache bien regrettable. Nous raconter les faits.

première édition des *Principes* contenait en note la men- ivante, qui a été retranchée des éditions postérieures : « Il y ans qu'étant en commerce de lettres avec M. Leibniz, et lui donné avis que j'étais en possession d'une méthode pour niner les tangentes et pour les questions de *maximis* et *is*, méthode que n'embarrassaient point les irrationalités, ant cachée sous des lettres transposées, il me répondit qu'il rencontré une méthode semblable et il me communiqua méthode qui ne différait de la mienne que dans les termes s les signes, comme aussi dans l'idée de la génération des eurs. » Cette note rétablit les droits de Leibniz, qui avait uniqué sa méthode, et ne prouve aucunement que Newton é dans la sienne au delà de la recherche des fluxions des ons implicites et des fluentes des fonctions explicites. Elle re de plus la différence des caractères des deux hommes.

endant Fatio de Duiller, en 1699, publia à Londres, sur chystochrone, un opuscule dans lequel il présentait Newton e le premier inventeur des nouveaux calculs, ajoutant qu'il ait ce que Leibniz, second inventeur, avait emprunté des tres anglais. Leibniz se contenta de répondre qu'il ne pen-

sait pas que Newton approuvât son trop zélé ami; que l[illegible] des *Principes* contenait la preuve de ses droits, que l'[illegible] de Wallis, publiée en 1693, était le premier ouvrage des [illegible] où le calcul des fluxions fût nettement exposé, et qu'au[illegible] s'en rapportait à la bonne foi de Newton. Mais Newton [illegible] silence.

En 1708, Keil, autre ami de Newton, reproduisit l'[illegible] de Fatio. Leibniz répondit comme il avait déjà fait qu'il s'[illegible] portait à la bonne foi de Newton lui-même; Newton ne [illegible] pas encore s'apercevoir qu'on s'adressât à lui. En 1711, [illegible] revenant à la charge, ne se borna plus à présenter Newton [illegible] le premier inventeur, il dénonça Leibniz comme plagiaire. [illegible] ton ne parla pas encore. Leibniz, indigné, porta plainte [illegible] Keil à la Société royale, présidée alors par Newton. C'était [illegible] celui-ci en demeure de se prononcer; mais Newton n'ou[illegible] encore la bouche; il fit gravement nommer une com[illegible] chargée d'examiner la question et d'en faire un rappor[illegible] Société. Cependant, il publia ou fit publier des extraits de [illegible] *lysis per æquationes numero terminorum infinitas* et sa *Mé*[illegible] *differentialis* qui ne traite que de l'interpolation. Pend[illegible] temps, le procès s'instruisait, dans le silence des parties, L[illegible] attendant patiemment justice, Newton surveillant la com[illegible] qu'il avait fait nommer, rassemblant les pièces du pro[illegible] voyant les épreuves et ajoutant de sa main les notes expli[illegible]

Le jugement de la commission fut publié en 1712, sous le [illegible] *Commercium epistolicum de analysi promota*. Il y était [illegible] Keil n'avait pas calomnié Leibniz. L'ouvrage fut tiré à un [illegible] nombre d'exemplaires et répandu dans toute l'Europe.

Le *Commercium* contenait des pièces publiées depuis [illegible]

par Leibniz et des découvertes jusque-là inédites de
n, que l'on faisait remonter à 1669. Tels sont les faits.
ton ayant eu la maladresse de cacher jusque là ses décou-
avait certainement le droit de fournir la preuve qu'il les
aites sans le secours de personne, mais accuser Leibniz
lagiat, du reste impossible, était honteux.

rai titre de Newton se trouve dans ses *Principes*, et la
de des fluxions, mal conçue dès l'origine, péniblement
le dans la suite, ne pouvait pas même accroître ses droits
niration universelle, tandis qu'un simple mot dit à temps,
amis avaient été plus Newtoniens que lui-même, pouvait
ir son caractère à la hauteur de son génie. Au lieu de
érir cette nouvelle gloire, Newton s'est exposé à ce qu'on
ouiller dans sa vie, pour y trouver au moins l'explication
justice faite à Leibniz.

voici ce qu'on a trouvé. Newton, ayant besoin, paraît-il,
servations recueillies par Flamsteed, se fit donner par le
George l'autorisation de les enlever au vieux savant, et les
blier sans sa participation. Flamsteed fut très blessé du
dé; il s'en plaint dans ses *Mémoires*, et il ajoute : « Newton
oujours paru insidieux, ambitieux, excessivement avide de
ges et supportant impatiemment la contradiction. » L'ac-
on est cruelle; malheureusement, le témoignage de Flams-
n'est pas isolé, car le successeur de Newton à Cambridge,
ncien ami, l'éditeur de son *Arithmétique universelle*,
histon, dit expressément : « Newton était du caractère le
raintif, le plus cauteleux et le plus soupçonneux que j'aie
s connu, et s'il eût été vivant quand j'écrivis contre sa
ologie, je n'eusse pas osé publier ma réfutation; car,

d'après la connaissance que j'avais de ses habitudes, j'a
craindre qu'il ne me tuât ! » La justice nous oblige à
que Newton n'a jamais été accusé d'avoir tué personne.

Au milieu de ses travaux scientifiques, Newton s'étai
de commenter l'*Apocalypse*. Nous n'avons rien à dire de
mentaire, qui a été suffisamment ridiculisé ; mais nous s
l'occasion qu'il nous offre de dire, à la louange de Newt
alliait une grande tolérance religieuse à sa profonde piété
que Halley se laissait aller devant lui à des plaisanteries
religion, Newton se bornait à lui répondre : « J'ai ét
choses-là et vous ne l'avez point fait. » Et ils restaient bo
On a dit que Newton aurait eu un instant l'idée de
les camisards pour aller combattre les dragons de Villars
paraît peu d'accord avec son caractère si craintif.

Newton mourut de la pierre, le 20 mars 1727. Son
inhumé à Westminster. Le deuil était conduit par le gra
celier et les lords de Roburg, de Montrose, de Pemb
Sussex et de Macclesfield qui faisaient tous partie de la
royale de Londres. Un magnifique mausolée a été élevé à W
en 1731, par sa famille ; l'épitaphe porte :

Hic situs est
Isaacus Newton, eques auratus,
Qui animi vi prope divina,
Planetarum motus, figuras,
Cometarum semitas, oceanique æstus,
Sua mathesi faciem præferente,
Primus demonstravit.
Radiorum lucis dissimilitudines
Colorumque inde nascentium proprietates,
Quas nemo antea vel suspicatus erat, pervestigavit.

Naturæ, antiquitatis, S. Scripturæ,
Sedulus, sagax, fidus interpres,.
Dei opt. max. majestatem philosophia asseruit.
Evangelii simplicitatem moribus expressit.
Sibi gratulentur mortales, tale tantumque extitisse
Humani generis decus,
Natus XXV decemb. MDCXLII, obiit XX mar.
MDCCXXVII.

mme géomètre et comme expérimentateur, dit M. Biot, 1 est sans égal; par la réunion de ces deux genres de à leur plus haut degré, il est sans exemple. » — « De e côté que nous tournions nos regards, dit J.-W. Herschel, mmes forcés de nous incliner devant le génie de Newton. e pouvons lui refuser une vénération que personne, dans nces, n'obtint jamais. Son époque est celle où la raison it, sous ce rapport, une entière maturité. Tout ce qui avait jusque-là peut être comparé aux tentatives imparfaites de e ou aux essais d'une adolescence pleine de sève, mais inhabile. Quant aux travaux qui ont suivi, quelque , quelque prodigieux qu'ils soient, ils ne sauraient être balance avec ceux qui sont consignés dans les *Principes*. endant, Newton estimant peu de chose ce qui était connu on de ce qui restait à connaître, disait de lui-même qu'il qu'un enfant occupé à ramasser des cailloux sur le rivage, que l'immense océan de la vérité s'étendait inexploré lui. »

s avons dit ce que contiennent les ouvrages de Newton, llons maintenant donner une analyse un peu plus détaillée incipaux, pour faire connaître les idées et les méthodes de ır.

Arithmétique universelle.

(Publiée pour la première fois en 1707.)

Voici la préface de ce livre :

« Les recherches se font sur les nombres comme dans métique ordinaire, ou sur des lettres (*species*), comme c'est des analystes; les deux méthodes ont les mêmes bases et au même but, mais, la première, d'une manière définie culière; la seconde, au contraire, d'une manière indéfinie rale; si bien que presque tous les résultats auxquels elle et principalement les conclusions, peuvent recevoir le théorèmes.

« Mais l'Algèbre excelle surtout en ce que, tandis que métique procède des données aux inconnues, au contraire rétrograde le plus souvent des inconnues, considérées com nées, aux données considérées comme inconnues, afin de à la conclusion ou équation, d'où la quantité inconnue être tirée. C'est par là que peuvent être résolus les problèmes on chercherait en vain à se tirer par l'Arithmétique seule.

« Toutefois, l'Arithmétique gouverne à ce point l'Algè ses opérations, qu'elles paraissent constituer ensemble la unique du calcul; c'est pourquoi je les exposerai co ment. »

On voit que Newton n'innove pas encore dans la mani tendre l'Algèbre : elle n'a pour lui d'autre objet que la ré des problèmes déterminés. Cela tient d'abord à ce que la trie analytique, dont l'un des rôles, et non le moins impor de faciliter, au moyen de représentations graphiques, l'ét

i est le but principal de l'Algèbre, n'était encore considérée s le rôle, qui lui avait été assigné d'abord, de faciliter les ıes géométriques; en second lieu, à ce que la partie élé- e de l'Analyse infinitésimale, qui appartient si bien à 'e qu'elle seule peut fournir le moyen d'étudier les varia- la marche d'une fonction, était encore considérée comme rs de l'Algèbre.

; quantités, dit Newton, sont affirmatives; c'est-à-dire ındes que rien, ou négatives, c'est-à-dire moindres que est ainsi que, dans les choses humaines, les biens possédés irmatifs, et les biens dus, négatifs; de même, dans le mou- , la marche en avant est dite positive, la rétrogradation, e; parce que la première augmente le chemin parcouru,]ue la seconde le diminue. C'est ainsi encore que si une e portée dans un sens est comptée comme affirmative, une e portée dans le sens contraire sera comptée comme e. »

voit que Newton se contente encore d'affirmations sans ıase que des habitudes acquises. La question, en ce qui ıe la Géométrie, ne sera posée que par Carnot et par ɜt.

ton énonce de même, sans explications, les règles qu'il faut lorsqu'on a à soumettre au calcul des quantités négatives. ent à ce qu'il a conservé l'ancienne définition des racines ıations, malgré ses défauts; il dit, Chapitre XVI :

ıdix vero numerus est, qui, si in æquatione pro literâ 'cie radicem significante substituatur, efficiat omnes ter- ɜvanescere. »

: à-dire : une racine est un nombre dont la substitution à la

place de la lettre qui représente l'inconnue, fait évanouir termes.

Cette définition, suffisante tant qu'on ne recherchait valeurs positives de l'inconnue, se trouve déjà en défaut s'agit de racines négatives, puisqu'il faudrait alors avoir, lable, imaginé *à priori*, mais sans motifs certains, les suivre pour substituer les nombres négatifs; mais elle aucune espèce de sens lorsqu'il s'agit de racines imaginaires que ces racines n'apparaîtront qu'après que les équations comportent auront été résolues.

Le seul moyen de fonder sur des bases sûres le calcul des tités négatives et imaginaires consiste à suivre la marche de celle qu'a conservée Newton : il faut d'abord présenter lution des équations (littérales, bien entendu) comme ay objet la recherche des formules qui en donneraient les positives, si elles existaient dans le plus grand nombre p ne s'occuper des quantités négatives et imaginaires (ou au y en avait) qu'en tant que valeurs arithmétiques des des racines, lorsque ces formules cessent de représenter des tités positives; tirer de l'origine même de ces valeurs sin les règles selon lesquelles elles devront être substituées, équations qui les ont fournies, pour les rendre identi enfin, si l'on a pu saisir un moyen d'utiliser les racines né ou imaginaires, en les interprétant, ne les prévoir et ne les cher que sous la condition qu'elles satisfassent aux équations problèmes, lorsqu'on les substitue conformément aux règ cédemment établies.

Mais c'est d'Alembert qui, le premier, posera la question ces termes raisonnables et qui la résoudra en partie. P

a plus tard à l'interprétation des quantités imaginaires
iétrie.

on explique parfaitement bien comment le degré de
on d'un problème dépend du nombre de solutions que
mporter ce problème : *in omni problemato necesse est*
nem, quâ respondetur, tot habere radices, quot sunt
e quantitatis casus diversi, ab iisdem datis pendentes et
argumentandi ratione determinandi. C'est-à-dire : il
écessairement que l'équation qui forme la réponse à un
le ait autant de racines (solutions), que l'inconnue
e de cas divers, pour le même système de valeurs des don-
mais il est juste aussi que les racines deviennent impos-
fin que lorsque les problèmes deviennent impossibles, ils
issent pas possibles. » *Æquationum vero radices sæpe*
biles esse æquum est, ne casus problematum, qui sæpe
biles sunt, exhibeant possibiles.

idées étaient neuves, ou, du moins, elles n'avaient
été exprimées ; elles auraient pu conduire Newton à la
e définition des racines, car elles la contiennent virtuel-

olique comment deux racines, d'abord réelles et inégales,
ent imaginaires en passant par l'égalité, et prend pour
xemple des ordonnées des points de rencontre de deux
qui se coupent d'abord en deux points réels, puis devien-
ngentes et enfin ne se coupent plus aux environs des
qu'elles avaient en commun un peu auparavant : *Et hoc*
n omnibus æquationibus, augendo, vel minuendo ter-
earum, ex inæqualibus radicibus, duæ primo æquales,
impossibiles, evadere solent. C'est ainsi que dans toutes

les équations, en faisant varier leurs termes, il arri[ve]
racines inégales, ensuite égales, disparaissent enfin [ou]
possibles. *Et inde fit quod radicum impossibilium* [numerus]
semper sit par, et de là vient que le nombre des racines [imagi]naires est toujours pair.

Cette image était neuve et elle est fort belle.

« Cependant il arrive que les racines de certaines éq[uations se] trouvent être possibles, alors que les conditions de l'é[noncé ne] sauraient être remplies. Mais cela arrive par suite d'u[ne limita]tion dans l'énoncé, dont l'équation n'est pas affectée. [... *Aliquando*] *tamen radices æquationum aliquando possibiles*, [...] *impossibiles exhibet. Sed hoc fit, ob limitationem* [...] *schemate, quod ad æquationem nil spectat.* L'idée [...] lorsqu'une des inconnues d'un problème impossible est [...] autres inconnues, qui en sont inséparables, ou au m[oins quel]ques-unes d'entre elles, sont imaginaires. Newton pr[end pour] exemple la question d'inscrire dans un cercle, à partir d'[un point] donné, une corde de longueur donnée, et il calcule l'a[bscisse de] la seconde extrémité de cette corde, par rapport au di[amètre du] cercle qui passe par la première; cette abscisse est touj[ours réelle,] parce que c'est celle de l'un des points de rencontre [du cercle] donné avec un autre cercle, ou avec une hyperbole é[galement] symétriques comme le cercle proposé, par rapport au [diamètre] considéré; mais s'il calculait l'ordonnée de l'un des p[oints de] rencontre, il la trouverait imaginaire lorsque la corde [donnée] n'est pas comprise entre les deux segments dans lesquels [le point] donné divise le diamètre du cercle donné, sur lequel il se [trouve]. Il devait donc dire : Pour s'assurer qu'un problème est [possible,] il ne suffit pas de calculer l'une des inconnues qu'il com[porte ...]

rcher toutes celles qui sont nécessaires à la réalisation de ruction.

on énonce ensuite sans démonstration le théorème de s, pour le cas où toutes les racines sont réelles. Mais il u'on peut connaître le nombre des racines imaginaires gle suivante :

itue seriem fractionum, quarum denominatores sunt in hac progressione, 1, 2, 3, 4, 5, *etc., pergendo ad nu- usque, qui est dimensionum æquationis : numeratores lem series numerorum in ordine contrario; divide unam- e fractionem posteriorem per priorem, fractiones pro- colloca super terminis mediis æquationis; et sub quo- ediorum terminorum, si quadratum ejus ductum in zem capiti imminentem sit majus quam rectangulum rum utrinque consistentium, colloca signum* +, *sin signum* —; *sub primo vero et ultimo termino colloca* +, *et tot erunt radices impossibiles, quot sunt in sub- um signorumserie mutationes, de* + *in* — *et de* — *in* +.

-à-dire : formez les fractions ayant pour dénominateurs ibres entiers 1, 2, 3, 4, 5, etc., jusqu'au degré de l'équa- pour numérateurs les mêmes nombres pris dans l'ordre ; divisez chaque fraction par la précédente et placez les its au-dessus des termes moyens de l'équation; ensuite, si uit du quarré d'un terme par la fraction écrite au-dessus st supérieur au produit des termes qui le comprennent, au-dessous de ce terme le signe +, et dans le cas contraire —; inscrivez d'ailleurs le signe + au-dessous de chacun nes extrêmes ; l'équation aura autant de racines imagi- ue vous trouverez de changements de signes.

Newton ne produit aucune explication à l'appui de
qui était tombée en oubli parce, sans doute, qu'on l'
absolument fausse.

Il ajoute : *Hinc etiam cognosci potest, utrum radi*
sibiles inter affirmativas radices latent, an inter nega
signa terminorum, signis subscriptis variantibus im
indicant tot affirmativas esse impossibiles, quot sunt
variationes; et tot negativas, quot sunt ipsorum succ
sine variatione. C'est-à-dire, on peut aussi savoir par
racines imaginaires sont comprises entre les racines pos
entre les racines négatives: (probablement si les racines
imaginaires proviennent de racines précédemment pos
de racines d'abord négatives). Car les signes des termes
tion, comparés aux signes écrits en dessous (confor
la règle énoncée) fournissent le nombre des racines
devenues imaginaires, par le nombre de variations
sentent et le nombre des racines négatives devenues
naires, par le nombre de successions de signes pareils
trouvent.

Ou plus clairement; si les signes écrits, comme il a été
dessous des termes de l'équation, présentent $2k$ vari
nombre en est toujours pair, puisque, d'après la règle,
le signe + au-dessous du premier et au-dessous du derni
de l'équation), on en conclura qu'il y a $2k$ racines im
Si, de plus, on recourt ensuite aux termes de l'équation
écrits immédiatement au-dessus des signes qui ont d
$2k$ variations, et que l'on compte les variations qu'ils
sent eux-mêmes, le nombre de ces dernières variations se
des racines positives devenues imaginaires; de même

des permanences qu'ils présenteront sera celui des racines
es devenues imaginaires.

difficile de s'expliquer comment Newton a pu insérer
on Algèbre une pareille règle, énoncée d'une façon si
tive.

rès Samuel Horsley, l'éditeur des œuvres de Newton, cette
rait du très illustre Campbel, qui l'aurait présentée à la
royale, et elle se trouverait confirmée par la démonstra-
Newton. Mais Newton ne la démontre pas! il y croit
ment, sans quoi il ne l'aurait pas reproduite, mais il
ge de façon que, si elle était fausse, on ne puisse pas la lui
er, il en fait en effet précéder l'énoncé, pourtant si affir-
par cette singulière introduction :

*rum quot radices impossibiles sunt cognosci ferè pòtest
c regulam,* » c'est-à-dire : on peut *presque* connaître le
des racines imaginaires par la règle suivante.

est un chef-d'œuvre. Malheureusement il réduit le théo-
rien, en ce sens qu'après *Ferè*, on ne sait plus ce qu'a voulu
wton; on peut bien en conclure en effet qu'il ne croit pas
nent que la règle donne le nombre exact des racines ima-
s, mais *Ferè* ne dit pas si elle fournit de ce nombre une
upérieure ou une limite inférieure.

sley, dans sa préface, dit qu'il a démontré ailleurs la règle en
n plus complètement et d'une manière plus parfaite; sans
robablement. Mais sa démonstration ne paraît pas avoir
tune.

i qu'il en soit, l'énigme étant intéressante, j'ai cherché à en
la clef et voici ce que j'ai trouvé : si l'on considère trois
consécutifs quelconques d'une équation, qu on dérive

cette équation assez de fois pour faire disparaître tous
suivent le dernier des trois que l'on considère, qu'on
l'équation aux inverses des racines de la dernière, et
dérive cette équation aux inverses assez de fois pour faire
raître tous les termes à partir du quatrième, les trois
l'équation du second degré qui restera proviendront
termes primitivement considérés; si on simplifie cette éq
qu'on écrive la condition pour qu'elle ait ses racines ré
condition sera précisément que le produit par le quotient
tions indiquées dans l'énoncé du quarré du terme moyen
les trois termes considérés, soit plus grand que le pro
deux autres.

En effet, soient m le degré de l'équation, et

$$A_p x^{m-p} + A_{p+1} x^{m-p-1} + A_{p+2} x^{m-p-2}$$

l'ensemble des trois termes considérés. Si on dérive $m-p$
l'équation, il viendra, pour l'ensemble de ces trois termes

$$\begin{aligned}
&(m-p)(m-p-1)\ldots\ 3A_p x^2\\
+&(m-p-1)(m-p-2)\ldots\ 2A_{p+1} x\\
+&(m-p-2)(m-p-3)\ldots\ 1A_{p+2}
\end{aligned}$$

Si l'on passe à l'équation aux inverses des racines de
nière dérivée, le groupe des trois premiers termes de cette
veile équation sera

$$\begin{aligned}
&(m-p-2)(m-p-3)\ldots\ 1A_{p+2} x^{p+2}\\
+&(m-p-1)(m-p-2)\ldots\ 2A_{p+1} x^{p+1}\\
+&(m-p)(m-p-1)\ldots\ 3A_p x^p.
\end{aligned}$$

n dérive de nouveau p fois, l'équation se réduira à

$$\begin{array}{lll} -p-2)(m-p-3)\ldots 1(p+2)(p+1)\ldots 3A_{p+2}x^2 \\ -p-1)(m-p-2)\ldots 2(p+1)p\ldots & & 2A_{p+1}x \\ -p)(m-p-1)\ldots \quad 3p(p-1)\ldots & & 1A_p=0, \end{array}$$

l'on supprime le facteur commun

$$2(m-p-2)(m-p-3)\ldots 3p(p-1)\ldots 3,$$

$$+2)(p+1)A_{p+2}x^2+2(m-p-1)(p+1)A_{p+1}x$$
$$+(m-p)(m-p-1)A_p=0.$$

si l'équation proposée avait toutes ses racines réelles, il en de même de toutes les équations qu'on en a déduites, la re aurait donc ses racines réelles; on aurait donc

$$n-p-1)(p+1)(A_{p+1})^2>(m-p)(p+2)A_pA_{p+2}$$

$$(A_{p+1})^2\frac{m-p-1}{p+2}:\frac{m-p}{p+1}>A_pA_{p+2};$$

$\frac{-p-1}{p+2}$ et $\frac{m-p}{p+1}$ sont précisément les fractions que men- la règle, et, si l'inégalité n'est pas satisfaite, l'équation sée a au moins deux racines imaginaires.

it à peu près, comme on voit, la règle de de Gua, autrement ıtrée, il est vrai, mais non pas celle de Newton, puisqu'il ne pas ici de la suite des signes formés d'après sa règle.

ınt à la règle de de Gua, elle soulevait une question très ssante, mais sur laquelle on ne savait rien, jusqu'ici: si une équation, plusieurs groupes de trois termes consécutifs els que le produit, par le quotient des fractions de Newton,

du quarré du terme moyen, se trouve moindre que le pro extrêmes, les indications fournies s'ajoutent-elles? c'es peut-on affirmer qu'il y a autant de couples de racines imag que de groupes de trois termes consécutifs remplissant la tion ?

M. Désiré André vient de résoudre la question de la la plus heureuse. Voici en effet le théorème très simple au arrive, par la considération des changements que la multip d'un polynôme par un binôme $x + \alpha$ peut amener dans le de ses variations : Si l'on considère, dans le premier membr équation ordonnée, tous les groupes de trois termes cons où les extrêmes soient de même signe, qui présentent deux tions, où le carré du coefficient du terme moyen soit moin le produit des coefficients extrêmes et qui n'aient pas, deux, plus d'un terme commun; si d'ailleurs L, M et N gnant les trois coefficients dans l'un des groupes, on forme les fractions $\frac{M}{L}$, qui seront respectivement moindres que les tions $\frac{N}{M}$, et qu'on compte le nombre maximum de groupes lesquels la plus grande des fractions $\frac{M}{L}$ qu'ils fournissent inférieure à la plus petite des fractions $\frac{N}{M}$ correspondantes aura une limite supérieure du nombre des racines positi l'équation, en retranchant le double de ce nombre du nomb variations présentées par le premier membre; il est presqu tile d'ajouter que le théorème s'étend de lui-même aux r négatives.

Quant à la règle de Newton ou de Campbell, elle a été

il y a quelques années, par M. Sylvester, avec quelques cations. Bien entendu, la règle de M. Sylvester ne donne limite inférieure du nombre des racines imaginaires. Celle André me parait préférable au point de vue pratique.

ton donne peu après différentes règles pour trouver une supérieure des racines positives dans le cas où l'équation pas qui soient imaginaires. Il propose de calculer la somme arrés, ou celle des quatrièmes puissances, ou des sixièmes nces des racines de l'équation, et d'extraire de çette somme ne quarrée, ou quatrième ou sixième.

rithmétique universelle se termine par l'indication de ntes constructions pouvant fournir les racines d'une équa- u troisième degré. Quelques-unes sont nouvelles.

reste, l'Ouvrage contient un grand nombre de problèmes ntéressants, mais les discussions en sont généralement santes.

De analysi per æquationes numero terminorum infinitas.

Ouvrage ne fut publié pour la première fois qu'en 1704, Newton paraît en avoir communiqué un extrait à Barrow 1666, à peu près à l'époque où Mercator publiait sa *ithmotechnie.*

vton y expose une méthode pour développer en séries des ons explicites et l'étend ensuite aux racines des équations iques littérales.

but qu'il se propose est la quadrature des courbes, aussi e-t-il par rappeler que l'aire de la courbe

$$y = ax^{\frac{m}{n}}$$

... mais la masse ...

... s'en préoccupe ...

... la courbe ...

... qu'elle est ...

... à la distance ...

... quam ...

... altera parte ...

... Wallis, qui l'ava ...

... de Roberval ...

... plusieurs parties ...

... omnium quae ...

... de quarres ...

... leurs ordonnées ...

... qu'elles ...

... suivant l'expression ...

... mais la solution ...

Dans ... qu'il a publiés postérieurement ... naturelle, Newton ... ouvrage pour imposer ses

ıe qu'elles ne sont pas encore bien établies dans son prédécesseurs étaient tombés dans le même travers et il ›le que ses successeurs l'imiteront encore longtemps. ıière d'abord (d'après Mercator) l'hyperbole représentée tion

$$y = \frac{a^2}{b+x} = a^2\left(\frac{1}{b} - \frac{x}{b^2} + \frac{x^2}{b^3} - \frac{x^3}{b^4} + \dots\right),$$

·e est

$$a^2\left(\frac{x}{b} - \frac{x^2}{2b^2} + \frac{x^3}{3b^3} - \frac{x^4}{4b^4} + \dots\right),$$

›ins, x est moindre que b, comme il en fait la remarque. ·'autre cas, il aurait pu diviser a^2 par $x+b$. Mais il fait ·tement après l'équivalent sur l'exemple

$$y = \frac{1}{1+x^2}.$$

ısidère ensuite les courbes

$$\sqrt{a^2+x^2} = a + \frac{x^2}{2a} - \frac{x^4}{8a^3} + \frac{x^6}{16a^5} - \frac{5x^8}{128a^7} + \dots.$$

$$\sqrt{a^2-x^2} = a - \frac{x^2}{2a} - \frac{x^4}{8a^3} - \frac{x^6}{16a^5} - \frac{5x^8}{128a^7} - \dots,$$

$$= \sqrt{x-x^2} = x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}x^{\frac{2}{3}} - \frac{1}{8}x^{\frac{2}{5}} - \frac{1}{16}x^{\frac{7}{2}} \dots,$$

$$y = \frac{\sqrt{1+ax^2}}{\sqrt{1-bx^2}},$$

quadrature donne la longueur de l'ellipse.

Jusque là tout va bien et il est juste d'ajouter que New préoccupe le plus souvent des conditions de converge séries qu'il emploie, mais ensuite il résout par approxim équations littérales entre l'ordonnée et l'abscisse. Il dé par exemple en série la valeur de y définie par l'équation

$$y^3 + a^2y - 2a^3 + axy - x^3 = 0;$$

nous ne pouvons le suivre jusque là.

La méthode dont il se sert pour effectuer les développem ce genre n'a rien produit de vraiment utile, et l'histoire, e séquence, pourrait l'omettre sans inconvénient. Elle ne que des développements irréguliers, c'est-à-dire dont les successifs, péniblement formés au moyen de calculs numé ne peuvent présenter aucune loi. On y a naturellement dès que la formule de Taylor a fourni un moyen simple nir les développemeuts de toutes les fonctions sous une commune présentant ce double avantage que les coeffi des termes successifs peuvent toujours être calculés av approximation aussi grande qu'on le veut et ont d'ailleu représentation algébrique parfaitement nette. Toutefois pouvons en dire un mot; ceux de nos lecteurs qui désir la connaître plus à fond pourront recourir non pas aux ou mêmes de Newton, où elle est fort mal expliquée, mais au *d'analyse de l'École Polytechnique* de M. Jordan et à l'A *supérieure* de M. Serret.

Voici en quoi consiste cette méthode : soit $f(x, y)$ l'équation proposée, de degrés m et n par rapport à x et s'agit de développer les n valeurs de y par rapport aux puis croissantes de x. Soit $a_0x^{\alpha_0}$ le premier terme de l'une des

R_0 le complément de cette valeur, on devra avoir identi-
t

$$f(x, a_0 x^{\alpha_0} + R_0) = 0.$$

ommencera par déterminer α_0 et a_0 de façon à faire dis-
de la fonction $f(x, a_0 x^{\alpha_0} + R_0)$ les termes de moindre
omme R_0 doit être de degré supérieur à α_0, ces termes de
e degré seront ceux de $f(x, a_0 x^{\alpha_0})$ et l'on prendra α_0 aussi
ue possible, de façon toutefois qu'il se trouve au moins
rmes de même degré. Il restera ensuite à déterminer a_0.
inconnue sera fournie par une équation d'un degré plus
ns élevé, que l'on ne pourra pas toujours résoudre exacte-

osons cependant qu'on ait pu trouver les valeurs de a_0;
hoisira d'abord une et l'on posera

$$y = a_0 x^{\alpha_0} + a_1 x^{\alpha_1} + R_1;$$

, on répètera les mêmes opérations pour obtenir a_1 et α_1;
ntinuera de même.

ois qu'il faudrait que l'exemple s'y prêtât merveilleu-
pour qu'on pût aller bien loin ainsi. Au reste, le dévelop-
obtenu serait-il convergent? Comment saurait-on s'il
utant de questions insolubles.

ons par exemple l'équation

$$y^3 + x^3 - 3pxy = 0$$

m de Descartes.

us remplaçons y par $a_0 x^{\alpha_0}$, le premier membre deviendra

$$a_0^3 x^{\alpha_0} + x^3 - 3pa_0 x^{\alpha_0+1};$$

les termes à faire disparaître seront

$$a_0^3\, x^{3\alpha_0} - 3pa_0^x{}^{\alpha_0+1};$$

pour cela il faudra faire

$$3\alpha_0 = \alpha_0 + 1$$

d'où

$$\alpha_0 = \frac{1}{2},$$

et l'on devra ensuite poser

$$a_0^3 - 3pa_0 = 0$$

d'où

$$a_0 = \pm\sqrt{3p},$$

car la solution

$$a_0 = 0$$

ne pourrait être utilisée. On aura donc les premiers deux des valeurs de y, qui seront

$$\pm\sqrt{3p}\,.\,x^{\frac{1}{2}}.$$

et l'on posera

$$y = \pm\sqrt{3p}\,x^{\frac{1}{2}} + a_1\, x^{\alpha_1} + R_1.$$

Substituant dans l'équation proposée, on aura à faire les termes de moindre degré de

$$(\pm\sqrt{3p}\,x^{\frac{1}{2}} + a_1 x^{\alpha_1})^3 - x^3 - 3px(\pm\sqrt{3p}\,x^{\frac{1}{2}} + a_1 x^{\alpha_1}$$

Si l'on supposait que ces termes fussent

$$3.3pa_1 x^{\alpha_1+1} - 3pa_1 x^{\alpha_1+1},$$

α serait indéterminé, puisque

$$\alpha_1 + 1 = \alpha_1 + 1$$

: soit α_1; et, d'autre part, la condition

$$9pa_1 = 3pa_1$$

it

$$a_1 = 0,$$

inadmissible.

›sons donc que les termes de moindre degré soient

$$3.3pa_1x^{\alpha_1+1} - 3pa_1x^{\alpha_1+1} + x^3,$$

$$6pa_1x^{\alpha_1+1} + x^3,$$

a alors faire

$$\alpha_1 = 2$$

·a fourni par l'équation

$$6pa_1 + 1 = 0$$

$$a_1 = -\frac{1}{6p},$$

ra donc

$$y = \pm\sqrt{3p}.x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{6p}x^2 + a_2x^{\alpha_2} + R^2,$$

·lium est quarrable algébriquement, mais je crois que plus loin dans ce développement, moins on serait près de s'en oir.

ndant Newton regardait, ou feignait de croire le problème des quadratures de toutes les courbes algébriques comme par cette méthode.

ite aussi de la rectification d'une courbe et la ramène adrature d'une autre courbe, comme nous le ferions, c'est-beaucoup mieux que Wallis et van Heuraët.

[illegible] la [illegible]
[illegible]ement insist[illegible]
[illegible] mis la [illegible]
[illegible]ation des [illegible]
[illegible]exions. [illegible]
[illegible] été envisag[illegible]

..u de points; les surfaces, par le mouvement de ..olides, par le mouvement de surfaces; les angles par ..e leurs côtés; les temps par un flux continu; et ainsi

..rant donc que les grandeurs qui croissent dans des .. sont plus grandes ou moindres, suivant qu'elles crois- ..ne vitesse plus grande ou plus petite, je cherchais une ..our déterminer les grandeurs d'après les vitesses des ..ts ou accroissements qui les engendrent; et nommant ..s vitesses de ces mouvements ou accroissements, tandis ..ndeurs engendrées prendraient le nom de *fluentes,* je .., vers les années 1665 et 1666, sur la méthode des ..ont je ferai usage dans la quadrature des courbes.

..xions sont, d'aussi près que possible (*quàm proximè*), ..nelles aux accroissements des fluentes, engendrés dans ..lles du temps, égaux et aussi petits que possible; elles .. la raison première des accroissements naissants et ..tre représentées par des lignes qui leur soient propor- .. »

..le I. Si la droite sur laquelle sont comptées les ordon- ..eux courbes, qui correspondent à la même abscisse, se ..arallèlement à elle-même, les fluxions des aires des deux ..eront comme les ordonnées.

..le II. Les fluxions de l'abscisse, de l'ordonnée et de l'arc ..urbe sont comme les côtés qui correspondent à ces lignes, .. triangle rectangle dont les côtés rectangulaires sont .. aux axes et dont l'hypoténuse est la tangente à la ..u point considéré.

..ple IV. Une droite tourne autour d'un point fixe P

[illegible] AB d'un point [illegible] PB et de AB sont comme [illegible] sur AB.

Exemple V. Une droite [illegible] les deux côtés [illegible] d'un angle [illegible] les fluxions de PE et de PB sont comme PB.AB et PE.AB.

Newton passe ensuite au calcul [illegible] n étant quelconque, il obtient [illegible] par la formule du binôme [illegible] accroissement donné à x.

Puis il ajoute : « *Similibus argumentis* [illegible] *num primarum et ultimarum* [illegible] *seu rectarum, seu curvarum* [illegible] *fluxiones superficiarum, angulorum* [illegible] *infinitis autem quantitatibus* [illegible] *rum, nascentium vel evanescentium* [illegible] *investigare, consonum est Geometriæ* [illegible] *dere quod in methodo fluxionum* [illegible] *parvas in Geometriam introducere* [illegible] *lysis, in figuris quibuscumque, seu* [illegible] *quæ figuris evanescentibus finguntur* [illegible] *quæ per methodos indivisibilium pro infinite* [illegible] *modo caute procedas.* »

C'est-à-dire : « les fluxions des lignes, droites [illegible] tous les cas possibles, ainsi que celles des surfaces [illegible] des autres quantités, peuvent être obtenues de la [illegible] au moyen de la méthode des premières et dernières [illegible]

·insi l'analyse sur des quantités infinies, et recher-
·remières et dernières raisons de grandeurs finies,
, ou évanouissantes, est mieux en harmonie avec la
des anciens : et j'ai voulu montrer que dans la mé-
fluxions, il n'est pas nécessaire d'introduire, dans la
e, des figures infiniment petites. Cependant l'analyse
bien se faire sur des figures finies ou infiniment petites,
semblables aux figures évanouissantes; de même que
figures qui sont regardées comme infiniment petites,
éthode des indivisibles, pourvu que l'on procède avec
. » Je ne prétends pas que ce soit très clair.
ase que j'ai soulignée me paraît être une critique directe
node de Leibniz, et je crois qu'on peut en inférer que le
e *la quadrature des courbes* a été retouché postérieure-
584; d'autant que la phrase suivante est à peu près dé-
de sens et ne paraît utile qu'à dissimuler une attaque
cte, les indivisibilistes n'ayant jamais employé de
finiment petites, au contraire.
n indique ensuite les notations dont il se servira. Les
de grandeurs x, y, z ... seront représentées par les
ettres surmontées d'un point. Ces fluxions sont elles-
es variables et leurs fluxions seront représentées par les
ttres surmontées de deux points, etc.
éviter des symboles inusités en typographie, nous em-
, en traduisant Newton, les notations adoptées par
: $x', x'' x'''$ ... y', y'', y''' ... qui reviennent exactement
.)
iables x, y, z ... sont elles-mêmes les fluxions de cer-
tres grandeurs. Newton en représente les fluentes par

comme pôle e·
distance AB ·
fluxions de PE
gonale sur AB.
Exemple V.
rencontre les ·
E et B; les flu
PE.AE et PB.
Newton pas·
de x^n (*n* étant
en série, par l
pour un accro
Puis il ajou
num primarum
seu rectarum
fluxiones sup
infinitis auten
rum, nascent
investigare, ·
dere quod in
parvas in Ge
lysis, in figi
quæ figuris
quæ per meth
modo cautè p
C'est-à-dir
tous les cas p
des autres qu
au moyen de

iontées d'un indice, puis...
à leur tour comme des...
s de deux indices, etc.
née l'équation qui lie un...
er les fluxions.
onne pour le cas des équations
; il la démontre en calcul...
remier membre de l'équation
variable indépendante, et...
les fluxions des fluxions...
tient des radicaux, il ...
ariables et joint à l'équation
uvelles variables, après...
tions de racines.
s courbes que l'on puis...
des aires, et les fluxions...
cherchées.
irrer une courbe dont...
e l'abscisse.
bre de questions qu'...
d'hui; il est inutile...

uxions est très simpl...

sur le calcul des...
oiqu'il se soit con...
lé le calcul différenti...
etites, mais comme...
c'est-à-dire la ...

trouver l
jamais d
parce qu
bles et ·
trouver
deux var
Mais,
calculs re
drait tou
composan
à la limit
institué à
ai la mét
à ce qu'el
entièreme
d'avance
ni de la
tion des
tion du
comment
fluxions
ne le ve
sur la fig
et prenr
de Leib
toutes le
du cercl
il faut ·
ment v

rts. Aussi cet illustre auteur n'a-t-il
tités, mais seulement des équations,
nferme un rapport entre deux varia-
ion des équations ne consiste qu'à
ports entre les différences finies des
on renferme. »
n tenait à la méthode de Newton, les
npliqués et très longs, parce qu'il fau-
les accroissements finis des fonctions
embres des équations, avant de passer
pourquoi Lagrange a préalablement
lu calcul des dérivées. En second lieu,
ewton est très simple, cela tient surtout
complète, à ce qu'elle fait même presque
fet, il est impossible de se rendre compte
pourra rendre la méthode des fluxions,
es fluxions interviendront dans la solu-
ısi, que l'on pose, par exemple, la ques-
eur à une courbe en un de ses points :
l'avance que ce seront les fluxions de
ndront dans le calcul? Non seulement on
s il faudra traiter directement la question,
ue ces fluxions de fluxions apparaissent enfin
ıce dans le calcul. Tandis que dans la méthode
st complètement préparée d'avance en vue de
ıtés possibles, la manière d'aborder cette question
ıteur n'est même pas à découvrir, elle est patente :
ner que le cercle passe par les trois points infini-
ns de la courbe qui ont pour abscisses, x, $x+dx$

et $x - 2dx$; ou que l'équation de la courbe et ... donnent les mêmes valeurs pour dy et ddy. ... évidence, en faveur des deux autres méthodes, ... fera nécessairement intervenir la fluxion et la ... fluxion de y, ou bien la première et la seconde ...

Géométrie analytique.

Cet Ouvrage a été publié pour la première fois ... anglais. Les théories et les méthodes déjà développées ... *lysis per æquationes numero terminorum infinitas* ... traité de la *quadrature des courbes*, y sont d'abord ... presque dans les mêmes termes; nous ne reviendrons pas ... théories : il s'agit toujours du développement en séries ... tions explicites ou implicites.

Newton reprend ensuite la théorie des fluxions. ... qu'il traite de nouveau la question de tirer d'une équation ... des fluentes, la relation correspondante entre les fluxions ... aborde, pour la première fois, le problème inverse. Il ... trois cas : celui où l'équation proposée contient les fluxions ... deux quantités variables, et l'une de ces quantités; celui ... deux variables sont mêlées avec leurs fluxions ; et celui ... entre dans l'équation plus de deux variables.

Le premier cas se ramène immédiatement à une qua... Pour le second, Newton indique, sur quelques exemples ... transformations qui permettent de le ramener au premier ... ensuite il retombe dans ses développements en séries. Q... troisième cas, on peut dire qu'il est là pour que l'énum... soit complète; du reste, tout ce chapitre de calcul intégral ...

pages où les développements en séries occupent la plus
›lace.

ıte de l'Ouvrage contient les applications de la méthode
ons à la Géométrie des courbes.

niner les maximums et minimums. Au moment où une
r est maximum ou minimum, elle ne croît ni ne décroît
fluit nec refluit) : sa fluxion est donc nulle.

ıer la tangente à une courbe en un de ses points. L'or-
est à la sous-tangente comme la fluxion de l'ordonnée est
ion de l'abscisse. Donc il faut chercher le rapport des
des deux coordonnées. Newton reproduit ici la règle de
ns. Il traite ensuite un grand nombre d'exemples où le
de coordonnées n'est plus celui de Descartes.

ıer la courbure d'une courbe en un de ses points. Newton
bien ce j'ai dit plus haut, car il lui faut trois pages
ıtions générales, deux figures et quatre lemmes pour
ı la formule du rayon de courbure, qu'il représente par

$$\frac{(1+zz)\times\sqrt{1+zz}}{z'},$$

résente y'. Newton, entre autres exemples, applique cette
a cycloïde, dont il retrouve la développée; il remarque à
que la courbure d'une courbe en l'un de ses points peut
er nulle ou infinie (moindre ou plus grande que celle d'un
ıelconque).

ıer le point où une courbe a une courbure donnée. La
est trop facile pour que nous insistions.

ıer le point d'inflexion (*punctum rectitudinis*). Il faut
zéro la seconde fluxion de l'ordonnée.

Trouver le point où la courbure est infinie. Il faut égaler le rayon de courbure à zéro.

Trouver le point où la courbure est maximum ou minimum. Le rayon de courbure n'y varie pas sensiblement (*penitus quiescit*); il faut donc chercher sa fluxion et l'égaler à zéro.

Newton revient ensuite sur des questions qu'il a déjà traitées par aperçus; celle, par exemple, de trouver les courbes géométriquement quarrables, ou dont la quadrature se ramène à celle des coniques.

La *Géométrie analytique* se termine par l'examen du problème de la rectification des courbes.

Methodus differentialis.

(Publiée pour la première fois en 1736.)

C'est la méthode d'interpolation de Newton; elle a pour objet final la quadrature des courbes par approximation.

Proposition I. Soit $a + x$ l'abscisse d'une courbe et

$$A + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + \ldots$$

son ordonnée : si l'on donne à x des valeurs quelconques, la différence de deux ordonnées consécutives sera divisible par la différence des abscisses correspondantes; la différence de deux quotients consécutifs, ainsi obtenus, sera divisible par la différence des abscisses extrêmes (entre lesquelles il y en aura une); la différence de deux quotients consécutifs, pris parmi les derniers, sera divisible par la différence des abscisses extrêmes (entre lesquelles il y en aura deux) et ainsi de suite.

La démonstration de Newton est longue mais facile à suivre.

e consiste au reste que dans le développement des calculs
1és.

position II. Si le nombre des termes qui composent y est
e dernier quotient sera le coefficient du dernier terme et les
; s'obtiendront successivement par ordre, à partir du der-
savoir, l'avant-dernier en substituant dans l'une des deux
ères équations précédemment obtenues la valeur du dernier
cient; l'antépénultième, en substituant dans l'une des trois
-dernières équations les valeurs des deux derniers coeffi-
;, etc.

donc on se donne les valeurs de y et celles de x, on pourra
miner celles de A b, c, d, e, etc. et l'équation

$$y = \mathrm{A} + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + \ldots$$

sentera une courbe du genre parabole passant par les points
dant aux abscisses et aux ordonnées données.

position VI. Une courbe quelconque étant donnée, en
er la quadrature approchée. On calcule un certain nombre
onnées de cette courbe, correspondant à des abscisses
ées, on fait passer, comme il vient d'être dit, une parabole
ous les points obtenus et on quarre cette parabole.

voit que Newton se préoccupe toujours du côté pratique
néories : c'est évidemment en se plaçant à ce point de vue
a si souvent insisté sur les développements en séries des
ons implicites.

Énumération des lignes du troisième ordre.

t ouvrage de Newton est parfait; il devrait être classique et
peine connu. Il est absurde en effet de réduire, comme on

[illegible]

[illegible] Newton [illegible]

[illegible]

[illegible] tous ces points seront sur une [illegible] pourra appeler diamètre de la courbe, et les [illegible] seront les ordonnées de la courbe à ce diamètre.

L'hyperbole du second ordre a deux asymptotes, [illegible] ordre en a trois; et de même que les segments [illegible] quelconque compris entre l'hyperbole du second [illegible] deux asymptotes sont égales, de même les trois segm[illegible]

droite q[illegible]
ordre et s[illegible]
elles est [illegible]
Dans l[illegible]
si l'on v[illegible]
traires à [illegible]
parties d[illegible]
rectum, [illegible]
courbes [illegible]
construi[illegible]
pipède c[illegible]
le pied [illegible]
rencontr[illegible]
Et la [illegible]
du seco[illegible]
Enfi[illegible]
parallè[illegible]
savoir, [illegible]
trièm[illegible]
des p[illegible]
secon[illegible]
mêm[illegible]
systè[illegible]
pède [illegible]
con[illegible]
con[illegible]
con[illegible]
di[illegible]

uelconque, compris entre une courbe du troisième ses asymptotes, sont telles que la somme de deux d'entre égale à la troisième.

l'ellipse et dans l'hyperbole, le quarré d'une ordonnée, ou. eut, le rectangle des deux ordonnées portées en sens con- . partir d'un point du diamètre, est au rectangle des le ce diamètre, comme une certaine ligne, appelée *latus* est au diamètre transverse (conjugué); de même, dans les non paraboliques du troisième ordre, le parallélépipède it sur les trois ordonnées à un diamètre est au parallélé- construit sur les parties de ce diamètre, comprises entre commun des trois ordonnées et les points où le diamètre re la courbe, dans une raison donnée.

même analogie se retrouve entre les courbes paraboliques nd et du troisième ordre.

n, si à travers une section conique on mène deux cordes les et qu'on les coupe par deux autres également parallèles, la première par la troisième et la seconde par la qua- : le rectangle des parties de la première est au rectangle rties de la troisième comme le rectangle des parties de la e est au rectangle des parties de la quatrième; et, de : si l'on coupe une courbe du troisième ordre par un pareil .e de quatre droites, deux à deux parallèles, le parallélépi- nstruit sur les parties de la première est au parallélépipède uit sur les parties de la troisième, comme le parallélépipède uit sur les parties de la seconde est au parallélépipède uit sur les parties de la quatrième.

1 de plus parfait que cette entrée en matière, et l'on ne pas mieux aujourd'hui.

Pour ce qui reste, Newton a tout aperçu avec la même de vue : la distinction à faire entre les asymptotes qui coupent la courbe en deux ou en trois points à l'infini; l'existence, dans le second cas, d'un diamètre rectiligne correspondant aux parallèles à l'asymptote, et celle d'un point double à l'infini; le rapprochement à faire entre ce cas d'un point double à l'infini et celui d'un point double à distance finie, etc.

Les branches infinies des courbes de tous les ordres, dit Newton, sont hyperboliques ou paraboliques. J'appelle branches hyperboliques celles qui ont des asymptotes, paraboliques celles qui en sont destituées. Elles se distinguent très bien par leurs tangentes. Car si le point de contact s'éloigne à l'infini, la tangente à une branche hyperbolique coïncide avec l'asymptote et la tangente à une branche parabolique se transporte à l'infini (*ad infinitum recedet, evanescet, et nullibi reperietur*). L'asymptote d'une branche quelconque s'obtient donc en cherchant ce que devient la tangente lorsque le point de contact s'éloigne à l'infini. Quant à la direction dans laquelle la branche s'éloigne à l'infini, c'est celle même de cette tangente.

Réduction de toutes les courbes du troisième ordre à quatre cas. — Newton remarque qu'une courbe du troisième degré a toujours au moins une direction asymptotique réelle, et, supposant que l'asymptote correspondante existe à distance finie, il la prend pour axe des y.

Cela posé, les parallèles à cette asymptote coupent la courbe en deux points ou en un seul, ce qui donne lieu aux deux premiers cas.

Dans le premier, le lieu des milieux des cordes parallèles à l'asymptote est une hyperbole dont l'une des asymptotes est

de la courbe du troisième ordre qui a été prise pour axe et si l'on prend la seconde pour axe des x, l'équation de be prend la forme

$$xy^2 + ey = ax^3 + bx^2 + ex + d.$$

te, le diamètre hyperbolique peut se réduire à ses deux :otes et alors e est nul.

s la première hypothèse, la courbe coupe son asymptote en ıt situé à distance finie; dans la seconde, elle la rencontre s points situés à l'infini.

s le second cas, le terme en y^2 doit manquer, quel que soit :s x, et l'équation de la courbe est de la forme

$$xy = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

u contraire l'asymptote correspondant à la direction :otique considérée est rejetée à l'infini, on tombe dans le ne et le quatrième cas, selon que les parallèles à cette on asymptotique coupent la courbe en deux points à :e finie ou en un seul. L'axe des y étant toujours dirigé lement à la direction asymptotique, l'équation de la , dans le troisième cas, est de la forme

$$y^2 = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

ıs le quatrième, de la forme

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

voit que la discussion est parfaitement engagée. Newton ensuite aux distinctions à introduire dans chacun des cas principaux. Quant aux caractères distinctifs qu'il a s, ils sont parfaitement choisis : ils portent sur le nombre

des asymptotes effectives, sur le nombre de points que asymptote a en commun avec la courbe à l'infini et par quent sur l'existence ou l'absence de diamètres rectili respondant aux cordes parallèles aux asymptotes; sur l'e de points doubles, d'ovales séparées, de points isolés, etc.

Il trouve ainsi, pour les courbes du troisième degré, s douze espèces dont on pourra aisément faire le dénom d'après ce qui précède.

Génération des courbes (du troisième ordre) *par les* (de quelques-unes d'entre elles). — Toutes les autres co troisième ordre sont les perspectives des cinq parabo représente l'équation

$$y^2 = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

selon que les racines de l'équation

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

sont réelles toutes trois et inégales ; que deux de ces rac égales, le point double pouvant d'ailleurs être isolé ou qui constitue deux cas distincts; que les trois racin égales; et enfin que deux racines sont imaginaires.

Newton termine par cette observation extrêmement quable : « Nous avons dit qu'une courbe du troisièm peut être coupée par une droite en trois points. Il arr quefois que deux de ces points coïncident, comme lors droite passe par une ovale infiniment petite, ou par le concours de deux branches qui se coupent mutuellemen si toutes les droites qui ont la direction d'une branche in coupent la courbe qu'en un point, il faut concevoir

coupent la courbe en deux autres points rejetés à et *soit que deux points de rencontre réunis se trouvent ace finie ou infinie, nous dirons qu'ils forment un point*

, les courbes du troisième ordre qui ont un point double t se construire lorsqu'on en connaît sept points, dont rtie le point double. » Et Newton en indique le moyen siste, si A est le point double donné, et que B et C soient s six autres points donnés, à faire tourner en même temps les CAB et CBA autour de leurs sommets respectifs, de ue le point de concours des côtés AB et BA, devenus mo- écrive une certaine conique, passant au point A : alors le e concours des côtés AC et BC parcourt la cubique cher- ewton définit complètement la conique en question par aux quatre derniers points donnés, mais il suffit d'énoncer ème comme nous le faisons; le point intéressant étant de que si le point de concours de AB et de BA décrit une passant au point A, le point C décrit une cubique (il est inutile d'ajouter : passant aux points B et C).

Lectiones opticæ.

Ouvrage ne fut publié pour la première fois qu'en 1729. probablement que la reproduction des leçons de Newton bridge et est entièrement distinct du *Traité d'Optique* en , dont nous parlerons plus loin.

Lectiones sont divisées en deux parties, subdivisées elles- , la première en quatre sections, la seconde en cinq.

ton y établit d'abord le fait si inattendu de la composi-

tion de la lumière blanche et de l'inégale réfrangibilité
diversement colorés qui la composent ; il décrit les pro
a employés pour déterminer les coefficients de réfra
cédés beaucoup plus parfaits que ceux qui avaient é
pratique auparavant ; il termine par la théorie de l'a
dont, comme on sait, il expliqua le premier la col
résout accessoirement quelques problèmes, dont no
quelques mots à dire.

On voit que les *Leçons d'Optique* ne contiennent pas
qu'on a appelé la *théorie de l'émission*, aussi presque to
s'y trouve est-il resté dans l'enseignement, presque tout
parfait. Cette partie de l'Optique de Newton est en effet
dèle, sous bien des rapports : le soin avec lequel toutes
riences sont faites, l'ordre admirable dans lequel
présentées, l'habileté avec laquelle sont écartées les circ
étrangères à l'objet de chaque expérience, etc., tout en
recommande à l'attention.

La première section de la Première Partie a trait à la
position de la lumière solaire et à l'inégale réfrang
rayons qui la composent.

Les circonstances dans lesquelles la lumière solaire
appelons blanche, donne naissance à des rayons col
tellement communes que la découverte du fait apparti
le monde. Il suffit, en effet, d'avoir regardé une fois
éclairé à travers une substance transparente, de figure
lière, pour avoir été frappé par l'apparition de bandes
toutes les couleurs connues ; mais le fait lui-même n'ava
analysé avant Newton.

Les phénomènes de coloration ne se présentent pas

raverse un corps transparent terminé par deux faces
rallèles; et le plus simple des corps terminés par des
parallèles est le prisme triangulaire. Il fallait donc
er par expérimenter la marche de la lumière après sa
n prisme dans lequel, pour plus de simplicité, on la
étrer perpendiculairement aux arêtes latérales.
ı, pour pouvoir mieux analyser le phénomène, s'en-
ıs une chambre dont tous les volets avaient été fermés
ouvait pénétrer qu'un faisceau de rayons solaires, par
ouverture circulaire. Ce faisceau, reçu par l'une des
biseau d'un prisme, ressortait par l'autre et allait
ne image sur le mur opposé de la chambre obscure.
s'attendait à ce que cette image fût colorée; mais,
le faisceau lumineux dont elle provenait eût sa base
, elle se trouva beaucoup plus longue que large, ce qui
it un fait entièrement nouveau. Une partie du faisceau
ıc plus fortement déviée que l'autre. Newton refit
nce en suivant l'image à différentes distances du prisme
ıut : 1° que l'allongement de cette image croissait avec la
; 2° que la séparation des couleurs se faisait alors de plus
nettement. Il en conclut qu'un faisceau de lumière
st composé de rayons inégalement réfrangibles et inéga-
olorés, l'une des qualités étant conséquence de l'autre.
ı ensuite, à l'aide d'un écran mobile, un petit faisceau de
e même couleur, derrière le prisme, fit tomber ce faisceau
ouveau prisme et reconnut que l'image conservait à peu
teinte uniforme et ne s'allongeait plus.
lifia enfin de plusieurs manières l'expérience, de façon à
évidence à ses dernières limites.

On connaît le phénomène de réflexion intérieure d'u tendant à passer d'un milieu plus réfringent dans u moins réfringent, mais tombant sous une incidence tr pour que le passage puisse avoir lieu : l'inclinaison à laquelle la réflexion intérieure se produit devait dé coefficient de réfrangibilité du rayon essayé. Cette nou fication réussit encore pleinement : Newton inclina le par rapport au faisceau de lumière solaire, de façon rayons, après avoir pénétré par la première face, tom la seconde sous des angles trop faibles pour qu'aucun passer; et en tournant un peu le prisme, de manière à a progressivement l'angle d'incidence, il vit successivem les rayons rouge, orange, jaune, vert, bleu, indigo et v

La seconde section contient la description des proc posés par Newton pour arriver à la mesure des coeff réfraction, c'est-à-dire au rapport, pour chaque substan parente, du sinus de l'angle d'incidence au sinus de l réfraction, ces angles étant comptés tous deux à partir male à la surface réfringente.

Lorsque le corps dont il s'agit est solide, Newton le taillé en prisme, et le procédé qu'il indique comme le m celui qui a été, depuis, conservé, de diriger les deux prisme de façon que le rayon qui les traverse fasse avec angles égaux, à l'intérieur.

Soient (*fig.* 14) A l'angle du prisme, SEFR la mar rayon à travers ce prisme, *i* et *r* les angles d'inciden réfraction en E, *r* et *i* les angles d'incidence et de r en F, puisque l'on suppose que EF est également incli deux faces du prisme :

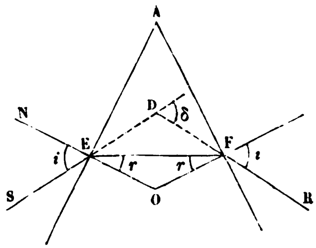
idemment

$$r = \frac{A}{2},$$

lant δ la déviation $\pi - SDR$,

$$\delta = 2i - A;$$

Fig. 14.



$$\sin i = n \sin r,$$

t le coefficient de réfraction relatif à la substance du sidéré, par rapport au milieu ambiant.

tire

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin \frac{\delta + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}},$$

ılte qu'il suffit pour obtenir n de mesurer l'angle A et la déviation δ.

n'en dit pas davantage en cet endroit ; nous verrons e la déviation δ est, dans ce cas, maximum ou mini- ui en facilite la détermination. Mais la façon dont il ce théorème donnera lieu à une remarque intéres- ›oint de vue historique.

Pour appliquer le même procédé à un liquide, Newton le liquide renfermé dans un prisme de verre, par exemple de feuilles à faces bien parallèles; et il démontre que la totale du rayon qui a traversé la première feuille de liquide et la seconde feuille de verre, est identiquement aurait subie s'il avait traversé seulement le prisme à On sait assez que la méthode de Newton est, sur ce point qu'on applique encore pour la détermination des coefficients réfraction des liquides et des gaz.

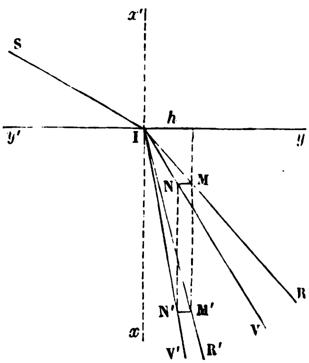
La troisième section, intitulée *Des Réfractions* produites *des surfaces planes*, contient des exercices dont on ne trop l'utilité, comme : trouver le rayon, parallèle à une donnée, dont le réfracté ira passer par un point donné; le rayon, issu d'un point donné, dont le réfracté aura une tion donnée; un point lumineux émettant des rayons de couleurs, déterminer ceux dont les réfractés iront passer un point donné; etc.

Mais Newton y traite quelques questions de maximum minimum et il n'est pas sans intérêt d'étudier les procédés emploie pour les résoudre.

Voici la première de ces questions : un rayon composé sur une surface plane sous une certaine incidence, quelle être la densité du milieu dans lequel le rayon va pénétrer que l'angle formé par les deux rayons le plus réfrangible moins réfrangible soit maximum. La solution que Newton de ce problème repose sur un principe qui, se trouvait en conformité apparente avec ses expériences dont il ne fait pas connaître l'origine : Newton suppose l'on coupe tous les rayons les plus réfrangibles par une

à la surface plane réfringente, contenue dans le plan
ace, et que par les points d'intersection on mène des paral-
trace du plan d'incidence sur la surface réfringente, ces
s terminées aux rayons les moins réfrangibles auront
même longueur, quelle que soit la densité du milieu
nt; en d'autres termes, il admet que les spectres fournis
même rayon tombant sur des surfaces diversement réfrin-

Fig. 15.



ont nécessairement même longueur, lorsque les écrans
uels on les intercepte sont placés parallèlement à la sur-
ringente à des distances telles que les extrémités gauches,
mple, de ces spectres, se trouvent sur une même perpen-
e à la surface réfringente. Or, rien ne l'autorisait à ad-
ce principe tout gratuit.

it (*fig.* 15) SI le rayon blanc incident, $y'y$ la surface
ente, IR et IR′ les deux rayons rouges qui apparaîtraient
eux milieux employés successivement, IV et IV′ les deux

rayons violets : si l'on coupe les deux rayons par une droite perpendiculaire à $y'y$ et qu'on les parallèles MN, M'N', ces parallèles ser Newton.

Il en résulterait entre les angles de réfraction une relation indépendante de la densité du soient r et r' les angles de réfraction des rayons ceux des rayons violets : les équations des quat pour les rayons rouges,

$$y = x \operatorname{tang} r, \quad y = x \operatorname{tang} r'.$$

et, pour les rayons violets,

$$y = x \operatorname{tang} v, \quad y = x \operatorname{tang} v';$$

si $y = h$ est l'équation de MM', les abscisses seront

$$x = \frac{h}{\operatorname{tang} r} \quad \text{et} \quad x = \frac{h}{\operatorname{tang} r'},$$

les ordonnées de N et N' seront donc

$$\frac{h \operatorname{tang} v}{\operatorname{tang} r} \quad \text{et} \quad \frac{h \operatorname{tang} v'}{\operatorname{tang} r'};$$

par suite la condition $MN = M'N'$ se traduira par

$$h - \frac{h \operatorname{tang} v}{\operatorname{tang} r} = h - \frac{h \operatorname{tang} v'}{\operatorname{tang} r'}$$

ou

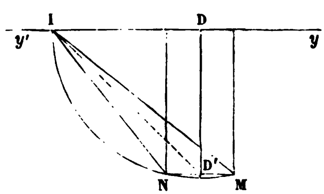
$$\frac{\operatorname{tang} v}{\operatorname{tang} r} = \frac{\operatorname{tang} v'}{\operatorname{tang} r'};$$

c'est-à-dire

$$\frac{\operatorname{tang} v}{\operatorname{tang} r} = \text{constante};$$

dit rien qui puisse donner lieu de croire qu'il ait
fier cette formule.
.ns même donner la moindre explication. Et le fait
. bien que c'est sur le fait contraire qu'est fondée la
ɔtenir l'achromatisme. Il est vrai que Newton, par
ment de l'idée préconçue qu'il avait adoptée, ne
ɜtte possibilité, ce qui l'avait amené à rejeter l'usage
ioptrique.
ɜn soit, le principe étant admis, Newton suppose
où le rayon incident SI fait avec $y'y$ un angle
:tit, et il détermine aisément les directions que
dans ce cas, les deux rayons réfractés extrêmes,
angle soit maximum :
ɔngées jusqu'à $y'y$ (*fig.* 16) les deux verticales

Fig. 16.



la figure précédente et soit DD′ la parallèle menée
ar le milieu d'une quelconque des droites NM. Le
par I, N et M aura son centre sur D′D et il est
ɋue l'angle NIM sera maximum lorsque le centre
en D sur $y'y$. Dans ce cas le rayon moyen (*sic*) se
ant ID′, c'est à dire à peu près à 45°.

On arriverait à une solution [illegible] question par le calcul :

Puisque

$$\frac{\text{tang}\, r'}{\text{tang}\, r} = K.$$

il ne s'agit que de rendre maximum

$$\frac{\text{tang}\, r\,(1 - K)}{1 - K\,\text{tang}^2 r}.$$

ce qui donne $\text{tang}\, r = \frac{1}{\sqrt{K}}$ et $\text{tang}\, r' = \sqrt{K}$. Mais [illegible] pas la Trigonométrie.

Dans le cas général où l'incidence du rayon SI [illegible] « le problème, dit Newton, est solide, mais on [illegible] moyen de le ramener à être plan, sans en changer [illegible] les conditions. » Si l'hypothèse admise précédemment [illegible] tenue, nous ne voyons d'autre différence entre les deux [illegible] ce que la constante K pourrait varier avec l'incl[illegible] rayon incident; mais le maximum de l'angle correspon[illegible] jours à

$$\text{tang}\, r = \frac{1}{\sqrt{K}} \quad \text{et} \quad \text{tang}\, \nu = \sqrt{K}.$$

Dans le second exemple, Newton se propose la question [illegible] avons déjà indiquée, de trouver le maximum ou le mini[illegible] la déviation d'un rayon qui a traversé les deux faces d'un [illegible] dans un plan perpendiculaire à l'arête.

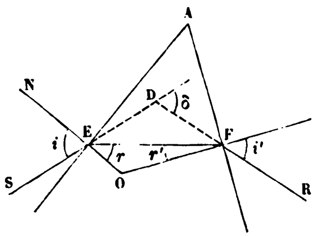
Soient (*fig.* 17) A l'angle du prisme, SEFR la marche [illegible] rayon, i et r les angles d'incidence et de réfraction en E, [illegible] les angles d'incidence et de réfraction en F, O le point [illegible]

des normales en E et en F aux deux faces du prisme, D
.es rayons SE et RF prolongés, enfin δ la déviation ou
de FR avec SE.

a d'abord, en désignant par n le coefficient de réfraction
ps transparent qui forme le prisme,

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n \quad \text{et} \quad \frac{\sin i'}{\sin r'} = n$$

Fig. 17.



-dire

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i'}{\sin r'};$$

utre côté

$$r + r' = A$$

$$\delta = i - r + i' - r' = i + i' - A.$$

ı résulte que le maximum de δ correspond au cas où

$$1 + \frac{di'}{di} = 0;$$

:s premières équations donnent

$$\cos i \, di = n \cos r \, dr \quad \text{et} \quad \cos i' \, di' = n \cos r' \, dr'$$

d'où

$$\frac{di'}{di} = -\frac{\cos r'}{\cos i'}\,\frac{\cos i}{\cos r},$$

puisque $dr' = -dr$.

La condition est donc

$$\frac{\cos i}{\cos r} = \frac{\cos i'}{\cos r'},$$

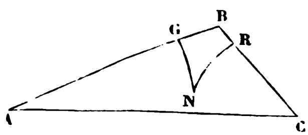
c'est-à-dire

$$i = i'.$$

Mais Newton, pour y parvenir, n'emploie pas la métho[...] nitésimale.

La quatrième section est intitulée : *Des réfractions pr[...] par les surfaces courbes.* Newton s'y occupe d'abor[...]

Fig. 18.



recherche du foyer commun de rayons tombant dans [...] conditions sur une surface réfringente quelconque, et e[...] culier sur une sphère.

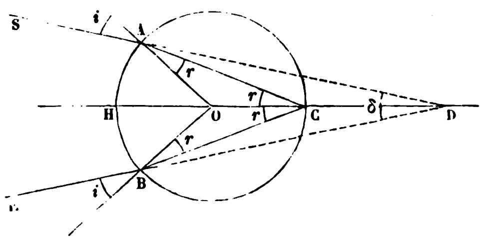
Il cherche ensuite la méridienne de la surface de rév[...] qui, recevant des rayons émanés d'un point donné, les ren[...] tous, par réfraction, en un autre point donné : Soient A e[...] deux points donnés et B un point choisi à volonté, par leq[...] veut faire passer la méridienne cherchée, on n'aura qu'à p[...] BG et BR (*fig.* 18) proportionnels aux sinus des angles [...]

et de réfraction et à décrire des points A et C les cercles RN, qui se couperont sur la courbe cherchée.

n Newton résout les deux problèmes qui se présenteront a théorie de l'arc-en-ciel : le soleil éclairant une sphère arente, déterminer la déviation maximum ou minimum des qui émergeront de la sphère après s'être réfléchis une ou ois dans son intérieur.

posons que le rayon lumineux ne se réfléchisse qu'une fois intérieur de la sphère; soient (*fig.* 19) SACBE la marche

Fig. 19.



rayon, i et r les angles d'incidence et de réfraction en A et t δ la déviation SDE : l'angle AOH s'exprime à la fois par $2r$ $i + \frac{\delta}{2}$, donc

$$2r = i + \frac{\delta}{2}$$

$$\delta = 4r - 2i;$$

imum de δ correspondra donc à l'hypothèse

$$4dr = 2di \quad \text{ou} \quad 2dr = di.$$

Soit maintenant n le coefficient de réfraction de la ma[illegible] compose la sphère, on aura

$$\sin i = n \sin r,$$

d'où

$$\cos i\, di = n \cos r\, dr.$$

la condition devient donc

$$\cos i = 2n \cos r;$$

on en tire aisément

$$\cos i = \sqrt{\frac{4^2 - 1}{3}}.$$

Mais la démonstration de Newton ne ressemble en [illegible] celle-là : elle appartient au genre de celles qu'on donne au[illegible] d'élémentaires lorsqu'on veut, à tort, traiter devant [illegible] questions qui ressortissent à l'analyse infinitésimale. [illegible] drait inférer de là que Newton, en 1672, ne savait pas ap[illegible] sa méthode des fluxions aux fonctions circulaires, ou [illegible] parvenait encore aux fluxions de ces fonctions que par [illegible] sidérations géométriques; mais il est plus probable, que [illegible] tenir cette méthode cachée, il déguisa la marche qu'il a[illegible] vie pour arriver aux résultats, dans les deux problèmes [illegible] dents.

Dans la Seconde Partie des *Leçons d'Optique*, Newton [illegible] couleurs, de leurs mélanges, et des couleurs qui provien[illegible] ces mélanges; il termine par l'explication de l'arc-en-ciel.

Il existe de Newton deux autres grands ouvrages sur l'O[illegible] les *Lettres relatives à la théorie de la lumière et des c*[illegible] adressées à Oldenbourg, de 1671 à 1676, en anglais; et les [illegible] en trois livres, en anglais aussi, qui furent écrits, dit N[illegible]

n 1675 pour satisfaire au désir de plusieurs membres de
été royale (*at the desire of some Gentlemen of the Royal*
-) et le reste deux ans après, excepté le Troisième Livre et
ère proposition du second, qui n'auraient été conçus qu'à
que bien ultérieure, qu'on n'a pu déterminer.
emière édition de ces *Optics* est de 1704, le Dr Clarke en
ne traduction latine en 1706 avec l'agrément de Newton;
de, qui contient les additions mentionnées par Newton
717; il en fut publié trois traductions françaises, une à
am et deux à Paris.
ettres à Oldenbourg ne nous ont paru rien contenir qui
dans les *Leçons d'Optique;* nous n'en parlerons donc pas.
dans les *Optics* que Newton a développé sa théorie de la
ssion de la lumière et des influences qu'elle subit de la
corps qu'elle rencontre. Cette théorie a disparu comme
ssent toutes celles qui sont fondées sur des hypothèses
rées, mais elle a dominé trop longtemps et trop exclusi-
pour que l'histoire n'en fasse pas au moins mention.
rt de Newton fut de forger une hypothèse pour arriver à
tion de la réfraction simple avant d'avoir examiné
ble des autres faits : les phénomènes de diffraction et de
réfraction ainsi que ceux où s'observent les anneaux

fforts qu'il avait faits pour trouver l'explication des phé-
es les plus simples l'avaient déjà jeté dans une voie fausse,
levait d'autant plus s'entêter qu'elle semblait mieux en
compte, et il voulut ensuite réduire les autres phéno-
à passer sous le niveau de sa première hypothèse.
fit d'un rayon lumineux l'idée d'un flux de corpuscules

animés d'une grande vitesse et soumis à des attractions e
sions de la part des molécules des milieux qui pouvaient
senter sur leur route.

Tant qu'un corpuscule lumineux se mouvrait dans le milieu, comme il serait attiré de la même manière, dans tous les sens, par les molécules de ce milieu, sa vitesse n'éprouverait aucune modification. Mais au moment où ce corpuscule arriverait à la surface de séparation de deux milieux, les molécules du milieu placé d'un côté de la surface n'agissant pas sur lui comme celles du milieu placé de l'autre, la vitesse du corpuscule se trouverait influencée en grandeur et en direction.

Newton admettait que l'attraction exercée par un milieu sur un globule lumineux commençait à se faire sentir à une distance extrêmement petite de la surface de ce milieu, qu'elle croissait avec la densité du milieu, qu'elle était donc plus grande près de la surface de séparation de deux milieux, du côté du milieu le plus dense que de l'autre côté; que les actions des deux milieux se faisaient sentir, toutes deux, à une très petite distance de la surface de séparation, de quelque côté que le globule se trouvât actuellement, et que l'une et l'autre cessaient lorsque le globule se trouvait à une distance appréciable de cette surface de séparation, l'une, l'action du milieu où le globule n'était pas encore parvenu, ou qu'il venait de quitter, parce que les distances étaient devenues trop grandes, et l'autre parce que le globule, comme nous l'avons déjà dit, était maintenant attiré de la même manière dans tous les sens, les molécules qui pouvaient agir sur lui n'en étant qu'à des distances extrêmement petites.

Dans cette hypothèse, un globule lumineux, qui ... se mouvoir en ligne droite et avec une vitesse constante ...

homogène, devait au contraire éprouver dans une direc-
male à la surface de séparation, une accélération positive
tive suivant qu'il tendait à passer d'un milieu moins dense
milieu plus dense. Cette accélération augmentait la
ante normale de la vitesse sans altérer sa composante tan-
; la trajectoire se courbait d'ailleurs à une très petite dis-
la surface de séparation, et de chacun des côtés de cette
mais le mouvement du globule redevenait aussitôt
e et uniforme, dans une direction plus voisine ou plus
de la normale, suivant que le second milieu était plus
moins dense que le premier.

est l'explication des phénomènes de réfraction simple,
ystème de Newton, qui avait même déduit de sa théorie
la constance dans le rapport des sinus des angles d'inci-
de réfraction.

ication des phénomènes de double réfraction n'eût pas
difficile, car il eût suffi pour y parvenir de supposer, ce
rai, que, dans un cristal biréfringent, les poids de files
cules de même longueur ne sont pas les mêmes dans
s directions, autour d'un même point.

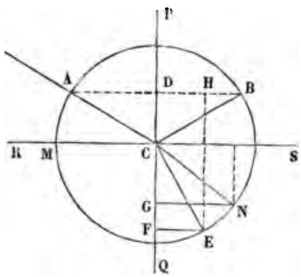
allait donc assez bien jusque là, lorsque les phénomènes
ction vinrent troubler une si belle ordonnance : New-
sura avec soin la largeur de l'ombre portée par un
laquelle, à douze pieds de distance, parut être trente-cinq
s grande qu'elle ne devait être; et il en conclut que la
qui rase la surface d'un corps éprouve de la part de ce
ne action répulsive.

rtir de ce moment, le globule, attiré dans les cas de réfrac-
repoussé dans les cas de diffraction, ne sut plus à quel

lumière par une action sur ses rayons, qui s'exerce *a direction perpendiculaire à leurs surfaces* (that bodies ed light by acting upon its rays in lines perpendi- to their surfaces). Nous traduisons littéralement cette :

posons qu'un rayon arrivant aussi obliquement que pos- suivant la ligne MC (*fig.* 20), soit réfracté en C par le

Fig. 20.



RS suivant la ligne CN; et que l'on demande de trouver la CE suivant laquelle un autre rayon AC doit être réfracté. t MC, AD les sinus d'incidence de ces deux rayons et CF leurs sinus de réfraction; représentons les mouvements des mêmes rayons incidents par les lignes égales MC et AC; mouvement MC étant considéré comme parallèle au plan gent (ce qui fait qu'il ne doit pas être décomposé), supposons mouvement AC décomposé en deux autres AD et DC, arallèle et l'autre perpendiculaire à la surface réfringente; même manière, imaginons les mouvements des deux

rayons émergents CN et CE décomposés chacun en deux ceux qui seront perpendiculaires à RS soient $\frac{MC}{NG}$ $\frac{AD}{EF}$ CF.

Si l'action du plan réfringent sur le rayon commence à une certaine distance dans un sens, qu'elle cesse d'agir à certaine distance dans l'autre sens; et que, dans toutes les positions comprises entre ces deux limites, les actions sur le rayon s'exercent dans des directions perpendiculaires au plan réfringent et aient même intensité à la même distance, et des intensités égales ou inégales à des distances inégales : le mouvement du rayon qui est parallèle au plan réfringent, ne subira aucune altération par l'action de cette force, et le mouvement qui est perpendiculaire sera altéré d'après cette loi que si un corps tombe avec une vitesse quelconque sur un espace terminé par deux plans parallèles, et que dans la traversée de cet espace il soit pressé perpendiculairement vers le plan le plus éloigné par une force qui dépende de la distance à ce plan, la vitesse du mobile, au sortir de l'espace considéré, sera toujours égale à la racine quarrée de la somme des quarrés de la vitesse perpendiculaire dont il était animé au moment de son incidence et de la vitesse perpendiculaire qu'il aurait acquise, à son émergence, s'il avait pénétré dans l'espace avec une vitesse d'abord parallèle au plan d'incidence (mais que la force aurait infléchie.)

Puis donc, comme il a été dit, que la vitesse perpendiculaire du rayon émergent CN est $\frac{MC}{NG}$ CG, celle d'un autre rayon CE est $\frac{AD}{EF}$ CF, devra être égalée à la racine quarrée de la somme

s de CD et de $\frac{MC}{NG}$CG; on aura donc :

$$\frac{\overline{AD}^2}{\overline{EF}^2}\overline{CF} = \overline{CD}^2 + \frac{\overline{MC}^2}{NG}\overline{CG}^2;$$

joutant aux deux membres les quantités égales

$$\overline{AD}^2 \quad \text{et} \quad \overline{MC}^2 - \overline{CD}^2,$$

$$\overline{AD}^2\left(1+\frac{\overline{CF}^2}{\overline{EF}^2}\right) = \overline{MC}^2\left(1+\frac{\overline{CG}^2}{\overline{NG}^2}\right),$$

$$\overline{AD}^2\,\frac{\overline{EF}^2+\overline{CF}^2}{\overline{EF}^2} = \overline{MC}^2\,\frac{\overline{NG}^2+\overline{CG}}{\overline{NG}^2}.$$

ore, en divisant par les quantités égales

$$\overline{EF}^2+\overline{CF}^2 \quad \text{et} \quad \overline{NG}^2+\overline{CG}^2,$$

$$\frac{\overline{AD}^2}{\overline{EF}^2} = \frac{\overline{MC}^2}{\overline{NG}^2} = \text{constante},$$

—dire que $\frac{AD}{EF}$, ou le rapport du sinus d'incidence au sinus action est constant.

oute que le lecteur ait pu trouver cette démonstration bien mais je pense que, même éclaircie, elle ne vaudrait pas encore de Descartes ou de Fermat, qui ne valaient rien ni l'une utre.

st à remarquer que Newton n'a jamais essayé de démontrer de la réflexion.

Seconde Partie du Premier Livre traite de la recomposition

[illegible]

[illegible] anneaux [illegible] lames [illegible] phénomènes [illegible]

[illegible] changer

[illegible] observé [illegible]

[illegible] produisent différentes couleurs [illegible] paraissent [illegible] couleurs dans [illegible] m'en paraissait [illegible] contribuer à de nouvelles découvertes [illegible] théorie de la lumière [illegible]

Ses pr
accolés e
ement d
n sorte
emarque
autre, la
ue les p
ar cette

Il prit
onvexe
lan sur l
n vue de
es coule
nneaux;
ient av
'éloigna
act; en
es épais
quées, p
inus-v
près a
ique,
nait.

Il di
ar réf
as le
nais
ortes
onta

·emières observations portèrent sur des couples de prismes
:t pressés l'un contre l'autre, mais qui n'étant pas parfai-
dressés ne s'appliquaient pas exactement l'un sur l'autre,
qu'il restait un peu d'air emprisonné entre les deux. Il
e que « en pressant fortement les deux verres l'un contre
a tache transparente devient de plus en plus large, parce
parties des verres, mutuellement pressées, sont réduites
pression à céder en dedans. »
ensuite deux verres objectifs l'un plan convexe et l'autre
des deux côtés, et, appliquant le premier par son côté
le second, il les pressa l'un contre l'autre plus ou moins,
le comparer entre eux les effets produits. Il nota l'ordre
leurs dans chaque anneau, mesura les rayons de ces
; observa que les rayons de tous les anneaux augmen-
vec la pression, qu'ils s'étendaient dans le sens où l'œil
ait de la normale commune aux deux surfaces en con-
ıfin poussa le génie de l'investigation jusqu'à évaluer
sseurs de la couche d'air interposée aux distances mar-
ar les rayons des différents anneaux, en calculant les
erses des arcs ayant pour sinus les rayons des anneaux,
voir déterminé avec soin le rayon de la surface sphé-
ıu moyen de la distance focale de la lentille qu'elle for-

tingue aussi entre les deux cas où les anneaux sont vus
xion et par transmission; et constate que dans les deux
disposition géométrique est soumise aux mêmes lois,
e les couleurs se trouvent complémentaires dans les deux
l'anneaux, à la même distance du point central de

[illegible]

Newton avait donné [illegible] montrer, dit Pouillet, combien il est difficile [illegible] même d'exprimer les faits [illegible] mais aussi montrer aussi qu'un système peut [illegible] [illegible] exemples. »

[illegible] Seconde Partie du Second Livre [illegible] Remarques sur les observations précédentes [illegible] donner l'essor à ses ratiocinations.

Il lui prend d'abord la fantaisie de rapprocher [illegible] primitives des tons de la gamme. Kepler aurait [illegible] y a sept couleurs primitives et sept notes dans la [illegible] Créateur... donc...; et il aurait invoqué, à l'appui [illegible] un proverbe emprunté à Théon de Smyrne. Mais [illegible] n'adresse aucune invocation aux dieux : il entre en matière :

« Prenez, dit-il, sur une droite quelconque, depuis [illegible] les longueurs γA, γB, γC, γD, γE, γF, γG, γH en [illegible]

entre elles que les racines cubiques des carrés des nombres résentent les longueurs que doit avoir une corde de mu- pour produire toutes les notes d'une octave. Et sur les A, B, C, D, E, F, G, H élevez les lignes perpendiculaires B, etc., par les intervalles desquelles lignes doit être repré- l'étendue des différentes couleurs. Ensuite... » Mais en ssez, je crois, pour permettre de douter que la figure que Newton, et qui est composée d'à peu près un millier de puisse fournir l'explication des circonstances du phéno- les anneaux colorés.

Troisième Partie est intitulée : *Des couleurs permanentes rps naturels et de leur analogie avec celle des corps arents.*

phénomène des anneaux colorés va fournir une explication nple des couleurs propres aux différents corps naturels : u que les couleurs présentées par les anneaux se succèdent n certain ordre, en même temps que l'épaisseur de la lame varie suivant une certaine loi, donc couleur et épaisseur ıt qu'un, et si un corps paraît bleu, vert ou rouge, c'est e laisse pénétrer jusqu'à la profondeur correspondant à sa ır propre, avant de rejeter le rayon incident.

s pourquoi, après avoir si simplement trouvé l'explication uleurs des corps, ne s'ingénierait-on pas pour se rendre un ıieux compte du phénomène des anneaux colorés ? La con- tion des longueurs des cordes qui rendent les différents omposant la gamme a bien sa valeur, mais on peut trouver : : Pourquoi les rayons incidents fournissent-ils une suite eaux noirs, colorés des sept nuances fondamentales, etc. ? Cela tient simplement à ce que, dans son parcours,

un rayon lumineux a des ***accès alternatifs de facile réflex…* *de facile transmission.***

Voici quelques spécimens de cette théorie des accès :

« La raison pour laquelle les surfaces des corps transp… épais réfléchissent une partie de la lumière qui tombe s… corps et rompent le reste est que quelques rayons, au mom… leur incidence, se trouvent dans des accès de facile réfle… tandis que les autres sont dans des accès de facile transmis…

« Les surfaces des corps transparents qui réfractent très… ment un rayon qui se trouve dans un accès de réfraction, le… chissent au contraire très facilement lorsqu'il est dans un… de réflexion.

« Les intervalles des accès de facile réflexion et de facile t… mission d'un rayon homogène qui passe, sous un angle q… conque, d'un milieu quelconque dans un même milieu… exactement, ou à fort peu de chose près, comme le rectan… la sécante de l'angle de réfraction et de la sécante d'un autre… dont le sinus est la première de 106 moyennes proportionn… arithmétiques entre les sinus d'incidence et de réfraction.

« Pour différentes espèces de rayons passant sous le m… angle, d'un milieu réfringent quelconque dans un même mi… les intervalles des accès suivants de facile réflexion et de… transmission sont exactement, ou à fort peu près, comme… racines cubiques des quarrés des longueurs des cordes qui… duisent les notes *sol, la, fa, sol, la, mi, fa, sol.*

« Si un rayon, de quelque espèce qu'il soit, passe perpendi… lairement dans différents milieux, les intervalles des accès… facile réflexion et de facile transmission dans un milieu q… conque, sont à ces intervalles dans un autre milieu comm…

s d'incidence est au sinus de réfraction, lorsque ce rayon e du premier des deux milieux dans le second, etc., etc. »

est bon d'ajouter qu'à la suite de chacun de ces énoncés ton répète chaque fois : « Ceci est manifeste par telle obser- on. »

n voit que Newton était allé comme d'autres et comme Des- es, à qui il le reproche si bien, puiser à la source toujours rissable, depuis Aristote, des solutions faciles des questions lus insolubles.

a méthode est toujours la même : créer les agents propres à luire les faits, plus ou moins bien observés, et attribuer à ces nts les habitudes et les caprices qui puissent leur permettre présider également bien aux faits normaux, et aux phéno- nes exceptionnels.

ette méthode est à la portée de tout le monde; Diafoirus ploite aussi bien que Newton : mais il est important de arquer que tandis que, entre les mains d'un savant vulgaire, est sans dangers, elle en offre au contraire de très grands qu'un grand homme y a eu recours pour fonder une théorie velle, parce que ce grand homme laisse derrière lui des dis- es, un parti puissant qui, sous le couvert du maître, fait uite longtemps obstacle au progrès.

l faut toutefois convenir, en faveur de Newton, qu'avant de duire ses hypothèses, il avait longtemps observé les faits avec e très rare habileté.

Dans la Quatrième Partie du Second Livre, Newton étudie les neaux qui se produisent par réflexion dans l'axe d'un miroir cave.

Le Troisième Livre a principalement trait à la diffraction.

Newton reprend l'expérience de Grimaldi et la varie de différentes manières, principalement en substituant à la lumière blanche des rayons de toutes couleurs. « Je trouvai, dit-il, que les ombres des corps placés dans une lumière colorée étaient bordées de franges de la couleur qu'avait la lumière à laquelle ces corps étaient exposés, et, en comparant les franges produites dans des lumières de différentes couleurs, je trouvai que celles que produit la lumière rouge étaient les plus amples et celles que produit le violet, les moindres » il fait remarquer alors, avec beaucoup de raison, que les franges produites par la lumière blanche résultent de la superposition de celles que produisent les sept couleurs primitives.

Quant à une explication du phénomène de la diffraction Newton, à proprement parler, n'en donne pas.

Il dit qu'il lui restait à faire un grand nombre d'expériences dont d'autres occupations vinrent le distraire, et que n'ayant pu les reprendre il se contentera pour toute conclusion de proposer quelques questions qui pourront engager d'autres personnes à pousser plus loin ces sortes de recherches. Mais son sentiment perce à travers ces questions dont nous rapporterons les premières.

« Les corps n'agissent-ils pas à distance sur la lumière et, par leur action, ne plient-ils pas ses rayons ?

« Les rayons qui diffèrent en réfrangibilité ne diffèrent-ils pas aussi en flexibilité ; et ne sont-ils pas séparés les uns des autres par leurs diverses flexibilités, de façon à produire les franges colorées qui ont été décrites plus haut ?

« Les rayons de lumière passant près des extrémités des corps ne sont-ils pas pliés plusieurs fois en divers sens et les

ges colorées dont il a été parlé ne sont-elles pas produites par inflexions de cette espèce?

Les rayons qui sont réfléchis ou rompus ne commencent-ils se plier avant de parvenir jusqu'aux corps? » Etc.

outes ces questions ont été depuis traduites en articles de ar les disciples de Newton. Ajoutons cependant qu'on trouve les dernières des aperçus prophétiques d'une grande justesse es analogies de la lumière et de la chaleur.

Ouvrage se termine par une réfutation peu heureuse des ries d'Huyghens, principalement au sujet de la double ction.

our expliquer la double réfraction, Newton a encore recours méthode aristotélique de créer l'entité dont le besoin se fait ir. « Chaque rayon de lumière, dit-il, peut être considéré me ayant quatre côtés, dont deux, opposés l'un à l'autre, nent le rayon à être rompu de la manière extraordinaire, que l'un ou l'autre (côté) est tourné vers la face à réfraction ordinaire; tandis que les deux autres (côtés) ne l'inclinent à être rompu autrement que de la manière ordinaire, lors e que l'un ou l'autre (côté) est tourné vers la face à réfrac- extraordinaire. » Et ailleurs: « Chaque rayon de lumière a deux côtés opposés, doués *originairement* d'une propriété dépend la réfraction extraordinaire et deux autres côtés qui t pas cette propriété. Et il reste encore à rechercher si la ère n'a pas d'autres propriétés en vertu desquelles les côtés ayons de lumière diffèrent. » Mais certainement on lui en vera d'autres, que l'on inventera à mesure que de nouveaux omènes se présenteront, à moins que l'on ne se décide à er de méthode, ce dra mieux.

Newton, à la fin de son livre, semble atteint par un
immense : il se demande s'il faut rejeter absolument l'hyp
de l'éther, si les phénomènes lumineux ne sont pas des
vibrations transmises par ce milieu, etc.

Si peu que vaille mon opinion à cet égard, je crois pou
donner : la théorie des ondulations satisfait mon esprit
l'éther me gêne.

FIN DE LA CINQUIÈME PARTIE.

TABLE ALPHABÉTIQUE.